

3. Les mesures de position

Les mesures de position permettent de situer une donnée par rapport aux autres données d'une série statistique. Dans cette section, nous étudierons les quantiles.

A. Les différentes mesures de position

Les quantiles sont les valeurs qui partagent une distribution en un certain nombre de parties égales. Les plus utilisés sont :

- ★ les **quartiles**(Q_1, Q_2, Q_3), qui partagent une distribution en quatre parties comprenant 25 % des données ;
- ★ les **quintiles**(V_1, V_2, V_3, V_4), qui partagent une distribution en cinq parties comprenant 20 % des données ;
- ★ les **déciles**(D_1, D_2, \dots, D_9), qui partagent une distribution en dix parties comprenant 10 % des données ;
- ★ les **centiles**(C_1, C_2, \dots, C_{99}), qui partagent une distribution en 100 parties comprenant 1% des données.

B. Données groupées en classes

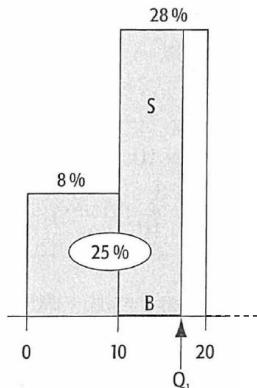
Exemple 1: Reprenons la distribution de l'âge des arbres recensés sur un terrain boisé.

Nous avons déjà estimé que 50% des arbres avaient moins de 24,4 ans. Supposons qu'un voisin curieux pose la question suivante au propriétaire du boisé : « Le quart de vos arbres ont moins de quel âge? »

Pour répondre à cette question, il faut trouver un âge, disons Q_1 , tel que 25 % des arbres aient un âge inférieur à Q_1 . La démarche qui permettra de déterminer l'âge Q_1 est analogue à celle que nous avons suivie pour trouver la médiane.

Âge (en ans)	Pourcentage
[0 ; 10[8 %
[10 ; 20[28 %
[20 ; 30[32 %
[30 ; 40[20 %
[40 ; 50[12 %
Total	100 %

Esquisse de l'histogramme



1) Surface

$$\begin{aligned} 25 \% &= 8 \% + S \\ S &= 25 \% - 8 \% \\ S &= 17 \% \end{aligned}$$

2) Quartile 1

$$Q_1 = 10 + B$$

3) Valeur manquante

$$\begin{aligned} 28 \% &\rightarrow 10 \text{ ans} \\ 17 \% &\rightarrow B \end{aligned}$$

$$B = \frac{17 \% \times 10 \text{ ans}}{28 \%} \approx 6,1 \text{ ans}$$

4) Quartile 1

$$Q_1 = 10 + 6,1 \approx 16,1 \text{ ans}$$

Interprétation

On peut estimer que 25 % des arbres ont moins de 16,1 ans.

Exemple 2: Quelle réponse le propriétaire du boisé de la mise en situation devrait-il donner à son voisin si celui-ci, de plus en plus indiscret, pose la question suivante : « 10 % de vos arbres ont moins de quel âge? »

$$\begin{aligned} \text{– Surface : } 10 \% &= 8 \% + S \\ S &= 2 \% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{– } D_1 &: 10 + B \\ \text{On a : Surface} & \quad \text{Base} \end{aligned}$$

$$D_1 = 10 + 0,7 = 10,7 \text{ ans}$$

$$\begin{aligned} 28 \% &\longrightarrow 10 \text{ ans} \\ 2 \% &\longrightarrow B \text{ ans} \end{aligned}$$

$$\text{D'où } B = \frac{2 \times 10}{28} = 0,7 \text{ an}$$

On peut estimer que 10% des arbres ont moins de 10,7 ans.

Exemple 3: Trouver et interpréter le 36^e centile.

Surface : d'où $C_{36} = \boxed{20 \text{ ans}}$

Interprétation

On peut estimer que des arbres ont .

Exemple 4: Pour la distribution de l'âge des arbres, 30 ans correspond à quel centile?

Au 68e centile.

Attention!!: Lorsqu'on veut déterminer le pourcentage de données d'une distribution qui sont inférieurs à une certaine valeur, on dit que l'on cherche le rang centile de cette valeur (ici le rang centile de 30 est 68).

C. Données non groupées en classes

Pour trouver les quantiles de données non groupées en classes, nous allons appliquer une procédure analogue à celle qui a été retenue pour déterminer la médiane.

- ★ Si $(i\% \times N)$ est un entier, le centile C_i est la moyenne de la $(i\% \times N)^{\text{e}}$ donnée et de la donnée suivante.
- ★ Si $(i\% \times N)$ n'est pas un entier, le centile C_i est la donnée dont le rang est l'entier qui suit $(i\% \times N)$.

Exemple 1: Poids à la naissance de 10 nouveau-nés :

2 350 g	3 150 g	3 252 g	3 334 g	3 552 g
3 843 g	3 926 g	4 125 g	4 650 g	3 684 g

a) Trouver et interpréter le deuxième décile de la série statistique.

$$D_2 = C_{20} \text{ et } 20\% \times 10 = 2 \text{ (un entier)}$$

$$D_2 = \frac{2^{\text{e}} \text{ donnée} + 3^{\text{e}} \text{ donnée}}{2}$$

Interprétation

20 % des nouveau-nés pèsent moins de 3 201 g.

$$D_2 = \frac{3 150 + 3 252}{2} = 3 201 \text{ g}$$

b) Trouver et interpréter le troisième quartile.

$$Q_3 = C_{75} \text{ et } 75\% \times 10 = 7,5 \text{ (n'est pas un entier)}$$

Q_3 = 8^e donnée

$Q_3 = 3926 \text{ g}$

Interprétation

Au moins 75 % des nouveau-nés pèsent 3926 g ou moins.

Exemple 2: Trouver et interpréter le 65^e centile de la distribution suivante.

Répartition des répondants
selon le nombre de films loués
au cours du dernier mois

Nombre de films loués en un mois	Nombre de répondants
4	26
5	28
6	21
7	19
8 et plus	21
Total	115

$$65\% \times 115 = 74,75 \text{ (n'est pas un entier)}$$

C_{65} = 75^e donnée

$C_{65} = 6$

Interprétation

Au moins 65 % des répondants ont loué 6 films ou moins au cours du dernier mois.