

### 3. Les mesures de position

Les mesures de position permettent de situer une donnée par rapport aux autres données d'une série statistique. Dans cette section, nous étudierons les quantiles.

#### A. Les différentes mesures de position

Les quantiles sont les valeurs qui partagent une distribution en un certain nombre de parties égales. Les plus utilisés sont :

- ★ les **quartiles**( $Q_1, Q_2, Q_3$ ), qui partagent une distribution en quatre parties comprenant 25 % des données ;
- ★ les **quintiles**( $V_1, V_2, V_3, V_4$ ), qui partagent une distribution en cinq parties comprenant 20 % des données ;
- ★ les **déciles**( $D_1, D_2, \dots, D_9$ ), qui partagent une distribution en dix parties comprenant 10 % des données ;
- ★ les **centiles**( $C_1, C_2, \dots, C_{99}$ ), qui partagent une distribution en 100 parties comprenant 1% des données.

## B. Données groupées en classes

Exemple 1: Reprenons la distribution de l'âge des arbres recensés sur un terrain boisé.

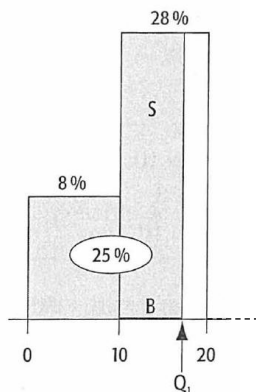
Nous avons déjà estimé que 50% des arbres avaient moins de 24,4 ans. Supposons qu'un voisin curieux pose la question suivante au propriétaire du boisé : « Le quart de vos arbres ont moins de quel âge? »

Pour répondre à cette question, il faut trouver un âge, disons  $Q_1$ , tel que 25 % des arbres aient un âge inférieur à  $Q_1$ . La démarche qui permettra de déterminer l'âge  $Q_1$  est analogue à celle que nous avons suivie pour trouver la médiane.

Répartition des arbres selon l'âge

Âge (en ans)	Pourcentage
[0 ; 10[	8 %
[10 ; 20[	28 %
[20 ; 30[	32 %
[30 ; 40[	20 %
[40 ; 50[	12 %
Total	100 %

Esquisse de l'histogramme



### 1) Surface

$$\begin{aligned} 25 \% &= 8 \% + S \\ S &= 25 \% - 8 \% \\ S &= 17 \% \end{aligned}$$

### 2) Quartile 1

$$Q_1 = 10 + B$$

### 3) Valeur manquante

$$\begin{aligned} 28 \% &\rightarrow 10 \text{ ans} \\ 17 \% &\rightarrow B \end{aligned}$$

$$B = \frac{17 \% \times 10 \text{ ans}}{28 \%} \approx 6,1 \text{ ans}$$

### 4) Quartile 1

$$Q_1 = 10 + 6,1 \approx 16,1 \text{ ans}$$

### Interprétation

On peut estimer que 25 % des arbres ont moins de 16,1 ans.

Exemple 2: Quelle réponse le propriétaire du boisé de la mise en situation devrait-il donner à son voisin si celui-ci, de plus en plus indiscret, pose la question suivante : « 10 % de vos arbres ont moins de quel âge? »

$$\begin{aligned} - \text{Surface: } 10 \% &= 8 \% + S \\ S &= 2 \% \end{aligned}$$

$$- D_1: 10 + B$$

$$D_1 = 10 + 0,7 = 10,7 \text{ ans}$$

$$\begin{aligned} \text{On a: Surface} & \quad \text{Base} \\ 28 \% & \rightarrow 10 \text{ ans} \\ 2 \% & \rightarrow B \text{ ans} \end{aligned}$$

$$D'où B = \frac{2 \times 10}{28} = 0,7 \text{ an}$$

*On peut estimer que 10% des arbres ont moins de 10,7 ans.*

Exemple 3: Trouver et interpréter le 36<sup>e</sup> centile.

Surface :  $\boxed{36\%}$  d'où  $C_{36} = \boxed{20 \text{ ans}}$

*Interprétation*

On peut estimer que  $\boxed{36\%}$  des arbres ont  $\boxed{\text{moins de 20 ans}}$ .

Exemple 4: Pour la distribution de l'âge des arbres, 30 ans correspond à quel centile?

*Au 68<sup>e</sup> centile.*

**Attention!!:** Lorsqu'on veut déterminer le pourcentage de données d'une distribution qui sont inférieurs à une certaine valeur, on dit que l'on cherche le rang centile de cette valeur (ici le rang centile de 30 est 68).

### C. Données non groupées en classes

Pour trouver les quantiles de données non groupées en classes, nous allons appliquer une procédure analogue à celle qui a été retenue pour déterminer la médiane.

- ★ Si  $(i\% \times N)$  est un entier, le centile  $C_i$  est la moyenne de la  $(i\% \times N)^{\text{e}}$  donnée et de la donnée suivante.
- ★ Si  $(i\% \times N)$  n'est pas un entier, le centile  $C_i$  est la donnée dont le rang est l'entier qui suit  $(i\% \times N)$ .

Exemple 1: Poids à la naissance de 10 nouveau-nés :

2 350 g	3 150 g	3 252 g	3 334 g	3 552 g
3 843 g	3 926 g	4 125 g	4 650 g	3 684 g

a) Trouver et interpréter le deuxième décile de la série statistique.

$$D_2 = C_{20} \text{ et } 20\% \times 10 = 2 \text{ (un entier)}$$

$$D_2 = \frac{2^{\text{e}} \text{ donnée} + 3^{\text{e}} \text{ donnée}}{2}$$

$$D_2 = \frac{3\,150 + 3\,252}{2} = 3\,201 \text{ g}$$

*Interprétation*

20 % des nouveau-nés pèsent moins de 3 201 g.

b) Trouver et interpréter le troisième quartile.

$$Q_3 = C_{75} \text{ et } 75\% \times 10 = 7,5 \text{ (n'est pas un entier)}$$

$$Q_3 = 8^{\text{e}} \text{ donnée}$$

$$Q_3 = 3\,926 \text{ g}$$

*Interprétation*

Au moins 75 % des nouveau-nés pèsent 3 926 g ou moins.

Exemple 2: Trouver et interpréter le 65<sup>e</sup> centile de la distribution suivante.

Répartition des répondants  
selon le nombre de films loués  
au cours du dernier mois

Nombre de films loués en un mois	Nombre de répondants
4	26
5	28
6	21
7	19
8 et plus	21
Total	115

$$65\% \times 115 = 74,75 \text{ (n'est pas un entier)}$$

$$C_{65} = 75^{\text{e}} \text{ donnée}$$

$$C_{65} = 6$$

*Interprétation*

Au moins 65 % des répondants ont loué 6 films ou moins au cours du dernier mois.