Chapitre 4
Fonctions exponentielles et logarithmiques
CORRIGÉ DES NOTES DE COURS

Pages 3-4 Exercices préalables

1. 3^4

2. a) 27 b) 49 c) 64 d) 1 e) $\frac{1}{1000}$ f) 128 g) 100 h) 64

3. $\sqrt[7]{279\,936^3} = 279\,936^{3/7} = 216$

4. $\frac{2^{-17}a^3b^{-5}}{3^{12}b^8c^{-5}} = \frac{a^3c^5}{2^{17}3^{12}b^5b^8} = \frac{a^3c^5}{2^{17}3^{12}b^{13}}$

5. a) $\frac{1}{4^2}$ ou $\left(\frac{1}{4}\right)^2$ b) $\left(\frac{5}{3}\right)^1$ c) $\left(\frac{5}{2}\right)^1$ d) $3^5 \cdot 4^2$ e) $\frac{3x^2}{2}$

   f) $\frac{4^4}{2^9}$ ou $\frac{1}{2^1}$ ou $\left(\frac{1}{2}\right)^1$ g) $\frac{3}{(x-4)^2}$ h) $\left(\frac{5}{2}\right)^4$ i) $2^4 \cdot 3^6$

6. a) $\left(\frac{1}{4}\right)^5$ b) $7^{3/2}$ c) $5^{11/6}$ d) $\left(\frac{1}{4}\right)^2$ e) $\left(\frac{1}{5}\right)^{1/3}$

7. a) $2^3 \cdot 5^4$ b) 2^5a^6 c) $\frac{8^{13}}{6^{1/2}}$ d) $3^2 \cdot 7^{2/3}$

8. a) L'égalité est fausse : $9 = 3^2$ b) L'égalité est vraie. c) L'égalité est vraie.

   d) L'égalité est fausse : $\left(\frac{27}{125}\right)^3 = \left(\frac{3}{5}\right)^9$ e) L'égalité est vraie.

9. a) $p - 20\%(p) = 100\%(p) - 20\%(p) = 80\%(p) = 0{,}8p$

   b) $p + 5\%(p) = 100\%(p) + 5\%(p) = 105\%(p) = 1{,}05p$

   c) $p - \frac{p}{2} = \frac{2p}{2} - \frac{p}{2} = \frac{2p-p}{2} = \frac{p}{2} = 0{,}5p$

Page 5 Mise au point #1

1. a) 125 b) $\frac{1}{8}$ c) 1 d) 3 e) −3 f) 7

   g) 2 h) −4 i) $\frac{1}{3}$ j) 2 k) −1 l) 1

2. a) 486, 1458, 4374 b) 4, $\frac{4}{9}$, $\frac{4}{81}$ c) 2,5 ; 25 ; 250 d) 12, 3, $\frac{3}{4}$

3. a) 65, 325 b) 36, ..., 2916 c) $\frac{5}{8}$, …, 160 d) 14, …, 224

4. a) 5^7 b) $-2^4 \times 3^2$ c) $2^{15} \times 3^2$ d) $-2^5 \times 3^5$

Pages 6-7 Exemples

1. *Réponse* : 88 insectes

Temps écoulé (semaines)	0	1	2	3	…	t
Nombre d'insectes	180 224	90 112	45 056	22 528	…	$180\,224 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^t$

2. *Réponse* : 640 bactéries

Temps écoulé (heures)	0	1	2	3	…	t
Population	5	20	80	320	…	$5 \cdot 4^t$

3. *Réponse* : environ 0,11 hectares (soit l'équivalent d'une région circulaire de seulement 38 m de diamètre!)

Temps écoulé (semaines)	0	1	2	3	…	t
Superficie (hectares)	200	150	112,5	84,375	…	$200 \cdot 0{,}75^t$

4. *Réponse* : environ 0,000 000 002 m (disons qu'elle ne rebondit plus!)

Nombre de bonds	0	1	2	3	…	n
Hauteur de la balle (m)	12	9,6	7,68	6,144	…	$12 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^n$

5. *Réponse* : 3229,91 $

Temps écoulé (années)	0	1	2	3	…	t
Valeur du placement ($)	1200	1224	1248,48	1273,45	…	$1200\cdot 1{,}02^t$

Page 11 Exercice

a) f b) g c) même *intensité* d) g e) g f) f g) f h) même *intensité*

Page 13 Mise au point #2

1. a) $2 = \log(100)$ b) $3 = \log_5(125)$ c) $3 = \log_{1/2}\left(\frac{1}{8}\right)$
   d) $2 = \log_a(25)$ e) $m = \log_a(x)$ f) $x = \log_b(a)$

2. a) 5 b) 3 c) 4 d) 2 e) –3 f) 3

3. a) $\log_3(9) = 2$ b) $\log_5(625) = 4$ c) $\log_{2,5}(t) = s$
   d) $\log_{1/8}(y) = x$ e) $\log_s(w) = v$ f) $\log_c(y) = x$

4. a) $6^2 = 36$ b) $n^z = 100$ c) $(0{,}75)^x = y$ d) $t^r = s$

Page 14 Exemples

1. $f(x) = 5\cdot 3^x$ 2. $g(x) = \frac{-1}{2}\left(\frac{2}{3}\right)^x$ 3. $h(x) = \frac{-1}{10}\cdot 5^x$

Page 15 Mise au point #3

1. a) $m = 3$, $n = -2$ b) $m = 6$, $n = 1{,}5$ c) $m = 100$, $n = 0{,}4$
2. a) $f(x) = 5(3)^x$ b) $f(x) = -4(5)^x$ c) $f(x) = (0{,}75)^x$
3. a) $f(x) = 8(3)^x$ b) $f(x) = -4(5)^x$ c) $f(x) = 0{,}75(0{,}5)^x$

Page 18 Exemples

1. $f(x) = 3(1{,}2)^x - 2$ 2. $g(x) = \frac{1}{8}(2)^x - 4$

Pages 20-21 **Exemples**

1. a) $N(t) = 250 \cdot 8^t$
   b) 3h20 ou 200 minutes
   c) $N(t) = 230 \cdot 8^t + 20$

2. $H(x) = 150 \cdot 0{,}75^x$

3. $H(x) = 200 \cdot 0{,}4^x$

Nombre de bonds	0	1	2	3	4	5	6
Hauteur de la balle (cm)	**200**	80	**32**	**12,8**	5,12	**2,048**	**0,8192**

4. a) $V = 10000(0{,}8)^{0{,}5t}$ b) environ 2900$

5. a) $N(t) = 5 \cdot 3^{\frac{t}{120}}$ b) $N(t) = 5 \cdot 3^{\frac{t}{2}}$ c) $N(t) = 5 \cdot 3^{30t}$ d) 2846 gouttes d'eau

Page 25 **Mise au point #4**

1. $a = 12$ $b = 3$ $h = 1$ $k = -0{,}75$ et $c = 0{,}8$

2. a) $y = -3$ b) $y = 4$ c) $y = \frac{-2}{3}$ d) $y = 0$

3. a) $f(x) = 3(4)^{x-10} + 2$ b) $f(x) = -(81)^{x-2} - 5$

4. a) $f(x) = -50(125)^x - 10$ b) $f(x) = \frac{-3}{16}(256)^x + 1$

Page 26 **Exercice**

1. a) Vrai b) Faux c) Faux d) Faux e) Vrai

Page 28 **Mise au point #5**

1. a) $x = 6$ b) $x = -1{,}5$ c) $x = -1$ d) $x = \frac{1}{2}$
   e) $x = -4$ f) $x = 4$ g) $x = 2$ h) $x = \frac{1}{4}$

2. a) $x = -4$ b) $x = -20$ c) $x = \frac{-1}{19}$ d) $x = \frac{11}{2}$ e) $x = -5$ f) $x = \frac{5}{2}$

Pages 29-30 **Simulations financières**

<u>Simulation 1</u> : Placement de 2000$ pour 5 ans à 6% (intérêt simple)

Temps écoulé (années)	0	1	2	3	4	5
Intérêt versé durant l'année ($)		120	120	120	120	120
Valeur du placement ($)	2000	2120	2240	2360	2480	2600

► La valeur du placement après t années est donnée par la règle V = **<u>2000 + 120*t*</u>** .

<u>Simulation 2</u> : Placement de 2000$ pour 5 ans à 6% (intérêt composé annuellement)

Temps écoulé (années)	0	1	2	3	4	5
Intérêt versé durant l'année ($)		120	127,20	134,83	142,92	151,50
Valeur du placement ($)	2000	2120	2247,20	2 382,03	2 524,95	2 676,45

► La valeur du placement après t années est donnée par la règle V = **<u>$2000\,(1{,}06)^{t}$</u>** .

<u>Simulation 3</u> : Placement de 2000$ pour 5 ans à 6% (intérêt capitalisé 2 fois/année)

Temps écoulé (années)	0	½	1	1½	2	…	5
Valeur du placement ($)	2000	2060	2121,80	2185,45	2251,02	…	2687,83

► La valeur du placement après t années est donnée par la règle V = **<u>$2000\,(1{,}03)^{2t}$</u>** .

<u>Simulation 4</u> : Placement de 2000$ pour 5 ans à 6% (intérêt capitalisé mensuellement)

Temps écoulé (années)	0	1/12	2/12	3/12	4/12	…	5
Valeur du placement ($)	2000	2010	2020,05	2030,15	2040,30	…	2697,70

► La valeur du placement après t années est donnée par la règle V = **<u>$2000\,(1{,}005)^{12t}$</u>** .

Pages 31-32 **Exercices sur les taux d'intérêts composés**

1. a) $V = 2000(1{,}03)^{t}$ b) $V = 5000(1{,}04)^{2t}$ c) $V = 5000\left(\dfrac{1801}{1800}\right)^{18t}$

où « V » représente la valeur (en $) et « t » le nombre d'années écoulées

2. 1641,94$ 3. 2500$ 4. 9% 5. 20 ans *(détails en classe…)*

Page 33 **Mise au point #6**

1. $f(x) = 8(0,3)^x + 5$

2. a) 1 200$ b) 85% c) 1) 867$
   2) ≈ 626,41$
   3) ≈ 236,25$

3. a) ≈ 1 338,23$ b) ≈ 2 025,00$

Page 35 **Exemple**

a) i) 65 watts; ii) ≈ 19,25 watts

b) décroissante

c) dom P : $[0, 1000]$ jours et
codom P : $[\approx 2,32 ; 65]$ watts

d) i) après ≈ 207,94 jours; ii) après ≈ 628,48 jours

Page 36 **Mise au point #7**

1. a) 6 b) 3 c) −1 d) −3 e) 1,5 f) −0,5
   g) 2 h) 1 i) 0 j) −2 k) 0 l) 4

2. a) 1 b) 2 c) 4 d) 128 e) 2 f) ∅
   g) 4 h) $\mathbb{R}_+^* \setminus \{1\}$ i) 1/32

Page 37 – ***Démonstrations des lois des logarithmes…***

Il existe plusieurs façons de démontrer ces lois, mais en voici de bons exemples :

Soit a, b, m et $n \in \mathbb{R}_+^*$ et $a \neq 1, b \neq 1$

Lois	**Démonstrations**
1. $\log_a(1) = 0$	$a^0 = 1 \Leftrightarrow \log_a(1) = 0$
2. $\log_a(a) = 1$	$a^1 = a \Leftrightarrow \log_a(a) = 1$
3. $a^{\log_a(m)} = m$	1°) $a^{\log_a(m)} = n$ 2°) $\log_a(n) = \log_a(m)$ 3°) $n = m$ 4°) $a^{\log_a(m)} = m$
4. $\log_a(mn) = \log_a(m) + \log_a(n)$ 5. $\log_a\left(\frac{m}{n}\right) = \log_a(m) - \log_a(n)$	1°) $mn = m \cdot n$ 2°) $a^{\log_a(mn)} = a^{\log_a(m)} \cdot a^{\log_a(n)}$ 3°) $a^{\log_a(mn)} = a^{\log_a(m) + \log_a(n)}$ 4°) $\log_a(mn) = \log_a(m) + \log_a(n)$
6. $\log_a(m^n) = n \log_a(m)$	$\log_a(m^n) = \log_a(\underbrace{m \cdot m \cdot m \cdots m}_{n \text{ fois}})$ $= \underbrace{\log_a(m) + \log_a(m) + \ldots + \log_a(m)}_{n \text{ fois}}$ $= n\log_a(m)$
7. $\log_a(m) = \frac{\log_b(m)}{\log_b(a)}$	1°) $\log_a(m) = n$ 2°) $a^n = m$ 3°) $\log_b(a^n) = \log_b(m)$ 4°) $n\log_b(a) = \log_b(m)$ 5°) $n = \frac{\log_b(m)}{\log_b(a)}$ 6°) $\log_a(m) = \frac{\log_b(m)}{\log_b(a)}$
8. $\log_a\left(\frac{1}{m}\right) = -\log_a(m)$	$\log_a\left(\frac{1}{m}\right) = \log_a(m^{-1}) = -\log_a(m)$
9. $\log_a(b) = \frac{1}{\log_b(a)}$	$\log_a(b) = \frac{\log(b)}{\log(a)} = \left(\frac{\log(a)}{\log(b)}\right)^{-1} = (\log_b(a))^{-1} = \frac{1}{\log_b(a)}$
10. $\log_{1/a}(m) = -\log_a(m)$	$\log_{1/a}(m) = \frac{\log(m)}{\log(1/a)} = \frac{\log(m)}{\log(a^{-1})} = \frac{\log(m)}{-\log(a)} = -\log_a(m)$

Page 38 **Exemples**

Ex.1 : $\ln(5^x \cdot 6^{2x}) = \ln(5^x) + \ln(6^{2x}) = x \cdot \ln(5) + 2x \cdot \ln(6)$

Ex.2 : $5\log_2(x) + \log_2(x+4) = \log_2\left(x^5\right) + \log_2(x+4) = \log_2\left(x^5 \cdot (x+4)\right) = \log_2\left(x^6 + 4x^5\right)$

Ex.3 : $\log_5(10) = \dfrac{\log(10)}{\log(5)} = \dfrac{1}{\log(5)} \approx 1,431$

Ex.4 : $\log_4(8) = \log_4\left(2^3\right) = 3 \cdot \log_4(2) = 3 \cdot \dfrac{1}{2} = \dfrac{3}{2}$

Ex.5 : $x = \log_5(25) = 2$

Ex.6 : $x = \log_3\left(\dfrac{1}{81}\right) \Leftrightarrow 3^x = \dfrac{1}{81} \Leftrightarrow 3^x = \dfrac{1}{3^4} \Leftrightarrow 3^x = 3^{-4} \Leftrightarrow x = -4$

Ex.7 : $x = \log_5(6) = \dfrac{\log(6)}{\log(5)} \approx 1,113$

Page 39 **Mise au point #8**

1. a) $\log_c(2) + \log_c(m) + \log_c(n)$
   b) $\log_5(7) + 2\log_5(x+2)$
   c) $\log_3(4) + 2\log_3(x)$
   d) $\log_2(5) + \log_2(a) - 2\log_2(b)$
   e) $3\log_4(m) + 3\log_4(n) + 3$
   f) $2\log_6(2) + 2\log_6(x+1)$
   g) $\frac{1}{2}\log_4(x) + 2$
   h) $\log(x+2) + \log(x-2)$

2. a) $\log_2(40)$ b) $\log_4(15)$ c) $\ln(14)$
   d) $\log(5)$ e) $\log_2(54)$ f) $\log(3)$

3. a) $\approx 0,954$ b) $\approx 1,146$ c) $\approx 1,653$ d) $\approx 1,954$
   e) $\approx 1,699$ f) $\approx 4,225$ g) $\approx -0,301$ h) $\approx 0,383$
   i) $\approx 0,812$ j) $\approx 3,196$

4. $\log(5)$

Page 40 **Exercices**

1. $x \approx 13,158$ **2.** $x \approx 2,71$ **3.** $x \approx 3,576$ **4.** $x \approx -0,486$

Pages 41-42 **Exemples**

1. $x = \log_{54}(6) \approx 0,449$

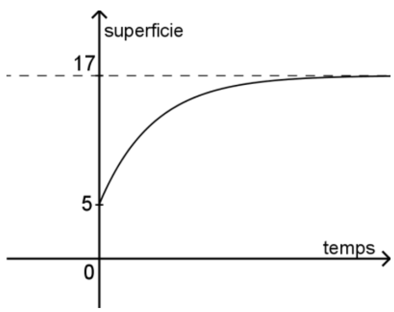
2. $x = \log_{4,9}(7) \approx 1,224$

3. $x = \log_{\frac{1024}{3}}(9) \approx 0,377$

4. $x = \dfrac{9}{7 \cdot \log_3(5) - 15} \approx -1,897$

Page 43 **Mise en situation – La nappe d'huile (version ultime)**

a)



b) Pendant environ 7,66 heures, soit environ 7h40min.

c) La règle devient :
$S = -12\left(\dfrac{1}{4}\right)^{t/120} + 17$

Page 44 **Mise en situation – Crise financière**

$$V(t) = \begin{cases} -20 \cdot (5,2)^t + 60 & 0 \le t \le 0,42 \\ 20 & 0,42 \le t \le 1,42 \\ 20 \cdot (0,95)^{3(t-1,42)} & t \ge 1,42 \end{cases}$$

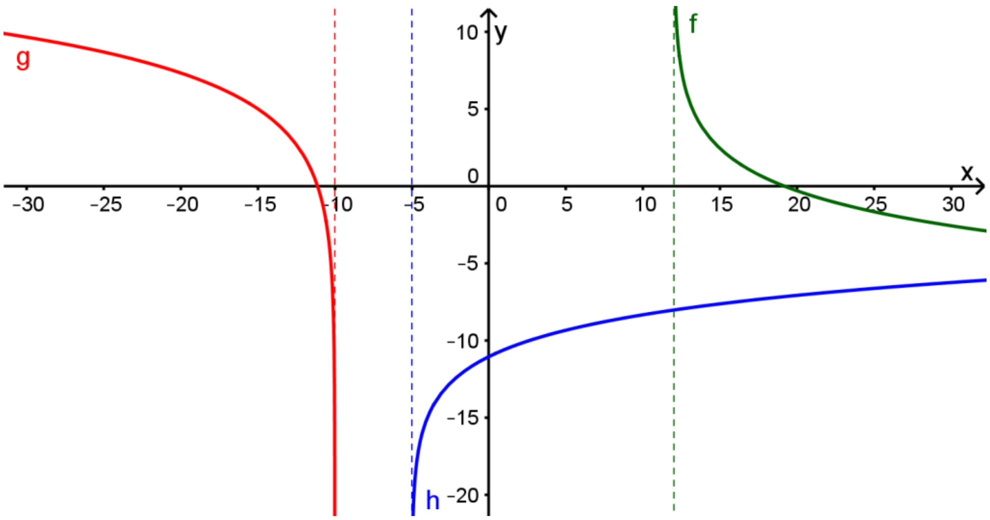
On a $V(0) = 40$. On cherche la valeur de t qui engendre $V(t) = 10$.
Avec la troisième partie de la fonction, on obtient $t \approx 5,9249$ (environ 5 ans et 11 mois).
La réponse finale est donc : **en août 2014**.

Pages 45-47 **Exemples**

1. $x = 19$ **2.** $x = 4$ **3.** $x = \dfrac{1}{2}$ **4.** $x \in \varnothing$ **5.** $x = 4$ **6.** $x = \dfrac{48}{11}$

7. $x = 8$ **8.** $x = \dfrac{3}{2}$

Page 51 **Exemple**



Page 52 **Exemple**

a) $f(x) = 2 \log_3 (-(x-1)) - 4$

- Dom f : $\left]-\infty , 1\right[$
- Codom f : $\mathbb{R}$
- Zéro : -8
- Signes : $f(x) \geq 0 \ \forall \ x \in \left]-\infty , -8\right]$ et $f(x) \leq 0 \ \forall \ x \in \left[-8 , 1\right[$
- Variation : Décroissante sur tout son domaine
- Ordonnée à l'origine : -4
- Équation de l'asymptote : x = 1

b) $g(x) = 3 \log_{1/4} (-(x+1))$

- Dom g: $\left]-\infty , -1\right[$
- Codom g: $\mathbb{R}$
- Zéro : -2
- Signes : $g(x) \leq 0 \ \forall \ x \in \left]-\infty ; -2\right]$ et $g(x) \geq 0 \ \forall \ x \in \left[-2 ; -1\right[$
- Variation : Croissante sur tout son domaine
- Ordonnée à l'origine : aucune
- Équation de l'asymptote : x = -1

Page 53 **Situation-problème**

Durée des observations : $88{,}641 = 20 \cdot (1{,}015)^t \Leftrightarrow t \approx 100$ ans

Taux moyen pour Ste-Asymptote : $\dfrac{88\,641 - 20\,000}{100} \approx$ **686,41 hab./année**

Taux moyen pour Log City : $\dfrac{P_2(100) - P_2(0)}{100} = \dfrac{99\,481 - 216\,000}{100} \approx$ **–1165,19 hab./année**

Pages 55-56 **Exemples**

1. $h(x) = \log_{0,5}(x-2)$ **2.** $g(x) = \log_6(x+3)$ **3.** $f(x) = \log_3(0{,}5(x-2))$

Corrigé du
CAHIER DE DEVOIRS

Page 59 – Exercices 4.1.1 (Notion d'exposant)

1. a) $\dfrac{1}{a^{11}}$ b) $-5^3x^5y^7$ c) $\dfrac{a^8}{3^2b^{10}}$ d) $\dfrac{3^4\cdot 7a^8}{b^3}$ e) $\dfrac{a^7}{b^6}$ f) $\dfrac{2}{a^2b^3}$

   g) $\dfrac{b^{15/4}}{a}$ h) $a^{1/4}b^{1/4}c^{1/2}$ i) $\dfrac{12d^{12}}{bc^{14}}$ j) $\dfrac{3^2 9^2 81^2}{4^3 16^4 32^5}$ ou $\dfrac{3^{14}}{2^{47}}$ k) $-\dfrac{p^4q^{27}}{4^6}$

   l) $\dfrac{4^6 8^8 y^{19}}{3^6 9^4 x^{35}}$ ou $\dfrac{2^{36}y^{19}}{3^{14}x^{35}}$ m) $\dfrac{(a+6)^{16}}{(a-6)^{16}}$ n) $\dfrac{2^3 3^4}{4^5a^7b^6}$ ou $\dfrac{3^4}{2^7a^7b^6}$ o) $-3^3x^6y^6$

2. a) x^{6a-1} b) $\dfrac{1}{b^{n-5}}$ c) 3^{m+2} d) $\dfrac{1}{2^{2a+3}}$

3. a) $\approx 2{,}05795\times 10^{10}$ km³ b) $\approx 5{,}10705\times 10^{8}$ km² c) $(3{,}75\times 9{,}4)^3 \approx 43\,800$ fois

Page 62 – Exercices 4.1.2 (Modèle exponentiel)

1. a) Décroissante b) Croissante c) Croissante d) Décroissante e) Décroissante

2. $P(t)=12\cdot\left(\dfrac{2}{3}\right)^t$ où P est la population (en milliers) et t est le temps écoulé (années)

3. *Exemple de situation possible* : Un bloc de glace de 10 cm de hauteur est laissé à température ambiante. Il fond à un rythme tel que sa hauteur diminue de 25% à toutes les heures. On met donc en relation la hauteur du bloc (cm) et le temps écoulé (heures).

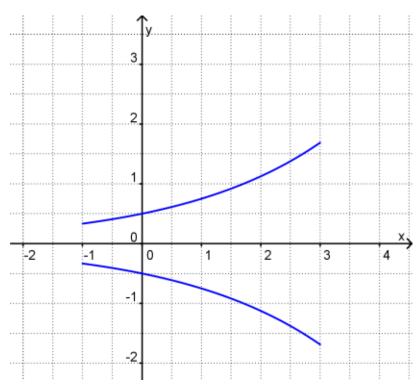
4. a) $x=\dfrac{3}{2}$ b) $a=\dfrac{-1}{2}$ c) $x=-3$

5. a) courbe 1 – fonction f courbe 2 – fonction h courbe 3 – fonction g b) (0, 1)

6. a) $f(x)=8\cdot\left(\dfrac{1}{4}\right)^x$ b) $f(x)=\left(\dfrac{1}{3}\right)\cdot 3^x$

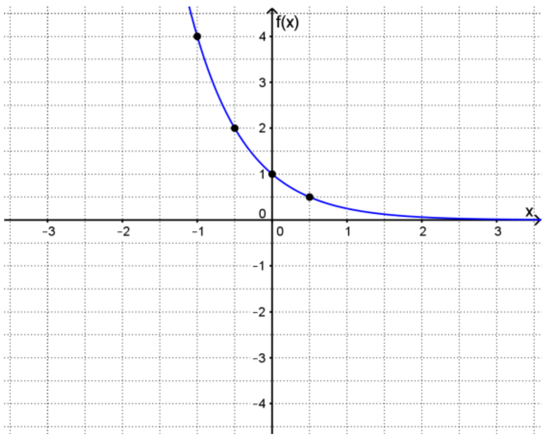
7. a) voir le graphique ci-contre :

   b) environ 0,67 dm et 3,38 dm



Page 64 – Exercices 4.1.3 (Fonction exponentielle de base)

1.



2. a) Vrai b) Faux c) Faux

3. $f^{-1}(x) = \log_5(x)$ $g^{-1}(x) = \log_{3/2}(x)$ $h^{-1}(x) = 64^x$ $n^{-1}(x) = 10^x$

4. Ils sont symétriques par rapport à l'axe des ordonnées.

Page 65 – Exercices 4.1.3 (Notation logarithmique)

1. a) $3^4 = 81$ b) $\log_{25}(5) = 1/2$
   c) $\log_{1/3}(3) = -1$ d) $(1/2)^3 = 1/8$
   e) $\log_{1/5}\sqrt{5} = -1/2$ f) $27^0 = 1$
   g) $10^{-2} = 0{,}01$ h) $\log_3(1/27) = -3$

2. a) 2 b) 4 c) 10
   d) 16 e) 3 f) 1
   g) 1/3 h) 0 (si a > 0 et a ≠ 1) i) $\sqrt{5}$

3. a) $(1/2)^x = 8$ $x = -3$ b) $(\sqrt{3})^x = 9$ $x = 4$
   c) $4^x = 8$ $x = 1{,}5$ d) $(3/4)^x = 16/9$ $x = -2$

4. a) 1/8 b) –5/3 c) 5/2 d) 7/2

5. a) 9 b) 1/64 c) 11 d) 16

Page 67 – Exercices 4.1.4 (Fonctions exponentielles transformées)

1. a) $V = 0{,}5t + 11$ b) $V = 15000 \cdot (0{,}8)^t$ c) $V = 11 \cdot (1{,}5)^{2t}$

d) $V = 11 \cdot (1{,}5)^{t/2}$ e) $V = 15000 \cdot (0{,}75)^{2t/3}$ f) $V = 10000 \cdot (1{,}15)^{5t/8}$

g) $V = 10000 \cdot (1{,}15)^{9t/4}$ h) $f(x) = 10 \cdot (1{,}1)^{3x}$ i) $f(x) = 146 \cdot (2)^{3x/2} + 4$

2. a) $f(x) = -2^x + 1$

$a = -1$

$c = 2$

$k = 1$

b) $f(x) = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^x - 1$

$a = -\frac{1}{2}$

$c = \frac{1}{2}$

$k = -1$

c) $f(x) = \left(\frac{5}{2}\right)^x$

$a = 1$

$c = \frac{5}{2}$

$k = 0$

d) $f(x) = 2\left(\frac{25}{16}\right)^x$

$a = 2$

$c = \frac{25}{16}$

$k = 0$

e) $f(x) = \frac{1}{5}(5)^x$

$a = \frac{1}{5}$

$c = 5$

$k = 0$

f) $f(x) = -81(9)^x - 3$

$a = -81$

$c = 9$

$k = -3$

g) $f(x) = \frac{8}{125}\left(\frac{2}{5}\right)^x + \frac{2}{5}$

$a = \frac{8}{125}$

$c = \frac{2}{5}$

$k = \frac{2}{5}$

h) $f(x) = \frac{1}{12}(2)^x + 2$

$a = \frac{1}{12}$

$c = 2$

$k = 2$

i) $f(x) = -\frac{1}{9}(9)^x - \sqrt[3]{81}$

$a = -\frac{1}{9}$

$c = 9$

$k = -\sqrt[3]{81}$

3. a) 1 b) 1 c) 3 d) 2 e) 4 f) 1 g) 2 h) 3 i) 1 j) 2 k) 3 l) 4

4. a) $f(x) = -8{,}1 \cdot (3)^x$ b) $f(x) = \frac{9}{5}(9)^x$

5. a) Vrai

b) Faux, car la variation dépend aussi de la valeur de la base *c*.

c) Faux, la valeur de *k* ne sera jamais atteinte (puisqu'il s'agit d'une asymptote).

d) Vrai

6. $f(x) = 4 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^x - 1$ et $g(x) = 4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{x-4} - 1$ ou $g(x) = \frac{81}{4} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^x - 1$

7. a) $S = 54\left(\frac{4}{3}\right)^t$ où S représente la superficie d'huile et t le temps écoulé

   b) $f(x) = 100\left(\frac{1}{10}\right)^x$

   c) $N = 4096\left(\frac{1}{4}\right)^g$ où N représente le nombre d'insectes et g le nombre de grenouilles

   d) $N = 2187\left(\frac{5}{3}\right)^h$ où N représente le nombre d'insectes et h le niveau d'humidité

   e) $y = 400\left(\frac{3}{10}\right)^x$

8. a) $y = \frac{1}{10} \cdot 10^x - 70$ b) $y = -80\left(\frac{4}{5}\right)^x + 12$ c) $y = \frac{1}{100} \cdot 2^x + 1$ d) $f(x) = -200\left(\frac{2}{5}\right)^x$

Page 74 – Exercices 4.1.5 (Zéro, équations et inéquations)

1. a) 3/4 b) 2 c) –4
   d) 1 e) –3/2 f) 6
   g) –6/5 h) –2 i) 5/2

2. a) $x = 2$ b) $x = 3$ c) $x = 3$

3. a) $x = 2$ b) $x = 4$ c) $x = 5$

4. a) $x = 3$ b) $x = 12$ c) $x = –6$

5. Règle de la fonction sous forme canonique : $f(x) = \frac{3}{4}(2)^x + 2$

   Dom f: $\mathbb{R}$ Codom f : $]\ 2, +\infty$ Équation de l'asymptote : $y = 2$

   Ordonnée à l'origine : $\frac{11}{4}$ Zéro : aucun

   Variation : croissante sur $\mathbb{R}$ Signes : $\forall\ x \in \mathbb{R}$, on a $f(x) \geq 0$

   Réciproque : $f^{-1}(x) = -2\log_{0,25}\left(\frac{x-2}{3}\right) + 2$ ou $f^{-1}(x) = \log_2\left(\frac{4}{3}(x-2)\right)$

6. a) $x = 2$ b) $x = 1$ c) $x = \frac{3}{2}$ d) $x = -3$ e) $x = \frac{-71}{3}$ f) $x = -1$

7. Aucune solution

8. Dom f : $\mathbb{R}$ Codom f : $-\infty\ , 1[$ Ordonnée à l'origine : $-\frac{19}{8}$

   Zéro : –1 Signes : $f(x) \geq 0\ \forall\ x \in \left]-\infty\ , -1\right]$ et $f(x) \leq 0\ \forall\ x \in \left[-1\ , \infty\right[$

   Variation : décroissante sur $\mathbb{R}$ Équation de l'asymptote : $y = 1$

9. $\forall x \in \left]-\infty\ , -\frac{4}{5}\right[$; $f(x) < g(x)$

10. a) $\frac{2}{3} < m < 1$

    b) $\sqrt[3]{2} \leq c < 2$

    c) $c \in \left]0, \frac{1}{2}\right[\cup \left[\sqrt{2}, +\infty\right[$

Page 80 – **EXERCICES RÉCAPITULATIFS A** (section 4.1)

1. a) $x = 8$ b) $x = 3$ c) Aucun zéro d) $x = 5$
2. a) $x = 0$ b) $x > 0$ c) $x < 0$
3. a) Trois ans après sa fondation b) Quatre ans après leur fondation
4. a) Faux, c'est 1. b) Faux, car *e* pourrait être considérée comme une constante!
5. a) $\approx 8{,}47M\$$ b) en 2004
6. a) $x = \frac{7}{2}$ b) $x = \frac{-4}{3}$ c) $x = \frac{-19}{6}$ d) $x = \frac{1}{6}$ e) $x = \frac{-11}{4}$ f) $x = \frac{5}{6}$
7. a) $x = \frac{1}{8}$ b) $x = \frac{-2}{3}$ c) $x = \frac{-3}{2}$ d) $x = 0$ e) $x = -1$ f) $x = \frac{5}{2}$
8. a) $x = 8$ b) $x = 1$ c) $x = -2$
9. a) $x = \frac{-3}{2}$ b) $x = -6$ c) $x = \frac{-1}{10}$ d) $x = -2$ e) $x = \frac{-3}{4}$ f) $x = \frac{1}{2}$
10. a) $x = \frac{-2}{5}$ b) $x = -24$ c) $x = 2$
11. a) $x = 3$ b) $x = \frac{3}{2}$ c) $x = 3$ d) $x = 6$ e) $x = \frac{-5}{2}$ f) $x = -5$
12. a) $x = \frac{-6}{5}$ b) $x = \frac{1}{4}$ c) $x = \frac{8}{7}$
13. a) Dom $f = \mathbb{R}$ b) Codom $f = \left]-\infty\ ,\ \frac{1}{9}\right[$ c) $x = -2$

    d) $f \geq 0\ \forall\ x \in \left]-\infty\ ,\ -2\right]$ et $f \leq 0\ \forall\ x \in \left[-2\ ,\ \infty\right[$ e) Décroissante sur $\mathbb{R}$

    f) $f(0) = \frac{-8}{9}$ g) $y = \frac{1}{9}$ h) $f(x) = -(3)^x + \frac{1}{9}$

    i) $f^{-1}(x) = \log_3 -\left(x - \frac{1}{9}\right)$
14. a) $f(x) = 8000(0{,}85)^x$ où $0 \leq x \leq 6$ b) $\approx 3017{,}20\$$ c) En 2010
15. a) $x > 3$ b) $x > -4$ c) $x > \frac{-1}{2}$
16. a) La fonction est négative sur $-\infty, -3]$ b) $f(t) = -\frac{3}{4}\left(\frac{1}{2}\right)^t + 6$
17. a) $f(x) = \frac{1}{2}(3)^x - 2$ b) $g(x) = -3 \cdot 6^x$

Page 88 – Exercices 4.2.1 (Propriétés des logarithmes)

1. a) $c > 0$ et $c \neq 1$ b) $M > 0$

2. Base 10

3. a) 1 b) 0 c) $\log_a(M)+\log_a(N)$ d) $\log_a(M)-\log_a(N)$ e) $3\log_a(M)$

4. $-\log_2(M)$

5. $\log_a(M)=\dfrac{\log_b(M)}{\log_b(a)}$ où $b>0$ et $b\neq 1$

6. $\log_3(2)+2\log_3(x)+\log_3(y)-4\log_3(z)$

7. $\log_3\left(\dfrac{a^2b^2c}{6}\right)$

8. 3

9. environ 2,36

10. $\dfrac{3}{2}N-3M$

11. $3e$

12. a) $\log_2(x)=a$ b) $\log_5(y-3)=x-1$

13. $x=15$

14. $x=\log_{RS^2}\left(RS^3\right)$

15. a) $3\log_2(5)+\log_2(7)$ b) $2\log_3(8)-2\log_3(11)$ c) $\dfrac{1}{2}\log(6)+\dfrac{1}{2}\log(5)$

    d) $\log_{1/4}(5)+\dfrac{1}{2}\log_{1/4}(7)-\log_{1/4}(3)$

16. a) $\log_3(175)$ b) $\log_a\left(\dfrac{\sqrt{15}}{2}\right)$ c) $\log_2\left(\dfrac{3}{7^3}\right)$ d) $\log_6\left(\dfrac{x^2y}{b\sqrt{a}}\right)$

17. a) $-\dfrac{3}{4}$ b) -6 c) $\dfrac{c+d}{2}$ d) 3 e) 4 f) -5

Page 92 – Exercices 4.2.2 (Équations exponentielles)

a) $x\approx -0{,}738$	b) $x\approx 0{,}449$	c) $x\approx -9{,}062$	d) $x\approx -5{,}366$
e) $x\approx 31{,}101$	f) $x\approx -1{,}089$	g) $x\approx -1{,}388$	h) $x\in\varnothing$
i) $x\approx -0{,}325$	j) $x\approx 0{,}116$	k) $x=0$	l) $x_1\approx -0{,}235$ et $x_2\approx 2{,}334$

Page 96 – Exercices 4.2.3 (Équations logarithmiques)

1. a) $x=\frac{9}{4}$ b) $x=\frac{49}{8}$ c) $x=9$ d) $x=4$ e) $x=69$ f) $x=36$

g) $x=\frac{e^2}{6}\approx 1{,}2315$ h) $x=\frac{4}{3}$ i) $x=1000$

2. a) $x=6$ b) $x\in\varnothing$ c) $x=5$ d) $x=125$

3. a) $x=\frac{4}{5}$ b) $x\approx 2{,}0714$ c) $x=\frac{3}{5}$ d) $x\in\varnothing$ e) $x=\frac{1}{3}$ f) $x=\frac{2}{3}$

Page 98 – **EXERCICES RÉCAPITULATIFS B** (section 4.2)

1. a) 1500$ b) 2321,12$
2. $\frac{x}{y}=9$ et on rejette $\frac{x}{y}=1$ à cause d'une des restrictions ($x > 3y$).
3. Le couple est $(4,\ \log(2))$
4. Environ 31,5 années
5. Environ 15,5 années
6. 10,4%
7. Dans environ 19,8 années
8. a) Dans 4 mois b) 2013,63$
9. a) $N=N_0\cdot(3)^{t/2}$ b) $t=2\log_3\left(\frac{N}{N_0}\right)$

Page 100 – **EXERCICES DE RÉVISION A**

1. a) $0<n<1$ b) $\frac{1}{8}<n<\frac{1}{4}$ **2.** a) $-1{,}42$ (cf. loi #8) b) $\frac{3}{2}$ (cf. loi #9) c) $-p$ (cf. loi #10)

3. $x\in\,]0{,}16[$ **4.** $x\in -\infty,3]$ **5.** a) (4, 10) b) (2, 4) c) (1, 2)

6. 33 heures (après 32 heures, il n'y aura « que » 4 743 480 bactéries!)

7. Après 24 ans, soit en 2019 **8.** Dans 75 heures (environ) **9.** Après 17 bonds

10. 24 jours **11.** 160 ans **12.** Dans 1,998 ≈ 2 ans

Page 104 – EXERCICES DE RÉVISION B

1. 4,40
2. a) $-\frac{7}{2}$ b) $x = -1$ c) $-\frac{9}{2}$ d) $x = 2$
3. 0
4. $x = -5$ ou $x = 2$
5. f est décroissante
6. a) > b) < c) > d) <
7. f est décroissante
8. a) Vrai b) Vrai c) Vrai d) Vrai e) Vrai f) Faux
9. $\frac{5x - y}{2} - 4z$
10. asymptote : $x = \frac{1}{2}$; zéro : $x = \frac{2}{3}$
11. $x = 4$
12. $x = 4$
13. $x = \pm\sqrt{5}$
14. a) $f^{-1}(x) = \log_{\left(\frac{2}{3}\right)}\left(\frac{1}{2}(x+4)\right) + 2$ b) $g^{-1}(x) = -\frac{1}{2}\log_2\left(\frac{1}{3}(x+2)\right) + \frac{3}{2}$
15. $j(0) = -\frac{3}{2}$
16. $x \in \left]\frac{3}{4}, \frac{5}{4}\right[$
17. B
18. a) $x = 4$ b) $x = -\frac{1}{6}$ c) $x \leq -\frac{1}{3}$
19. $x \geq -1$
20. $x \approx -0{,}2367$
21. $f(x) = \log_{1/2}\left(\frac{-1}{16}(x+2)\right)$ ou $f(x) = -\log_2\left(-(x+2)\right) + 4$
22. environ 8,5 années
23. 7,3 jours
24. (≈2,0605 ; ≈8,6998)
25. $x = 3$ *(une situation qui met en évidence vos aptitudes mathématiques…)*

Page 111 – DÉFIS ULTIMES

1. La valeur est 2

2. $x = 5$

3. $x = 12$ et $y = 18$

4. $\log_8(18) = \log_8(3) + \log_8(3) + \log_8(2) = 2k + \frac{1}{3}$

5. $r = \frac{1}{2}$

6. $\log_{c^n}(b) = \frac{\log_c(b)}{\log_c(c^n)} = \frac{\log_c(b)}{n \cdot \log_c(c)} = \frac{\log_c(b)}{n \cdot 1} = \frac{1}{n}\log_c(b)$