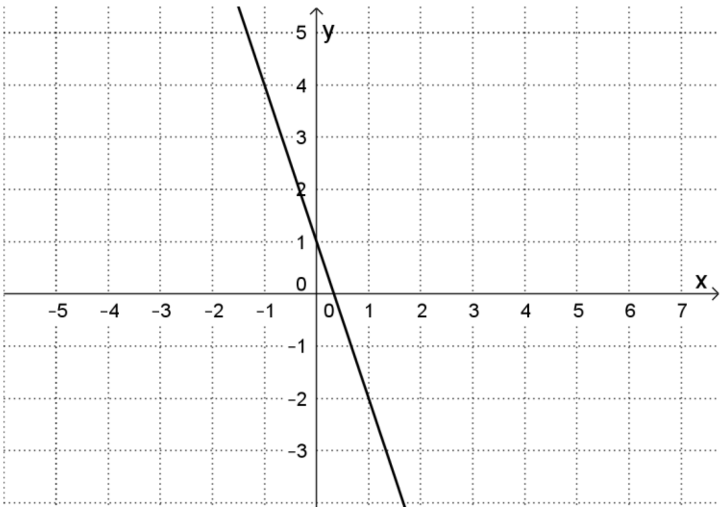
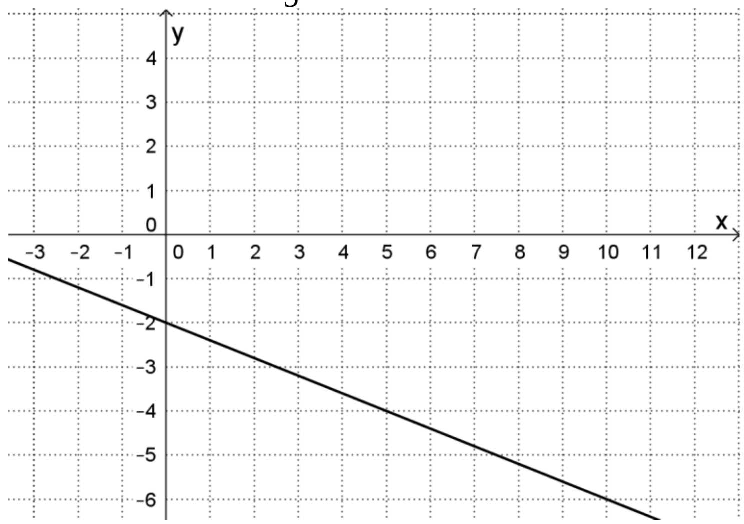
CORRIGÉ DES NOTES ET DES EXERCICES – OPTIMISATION

Pages 3 à 5

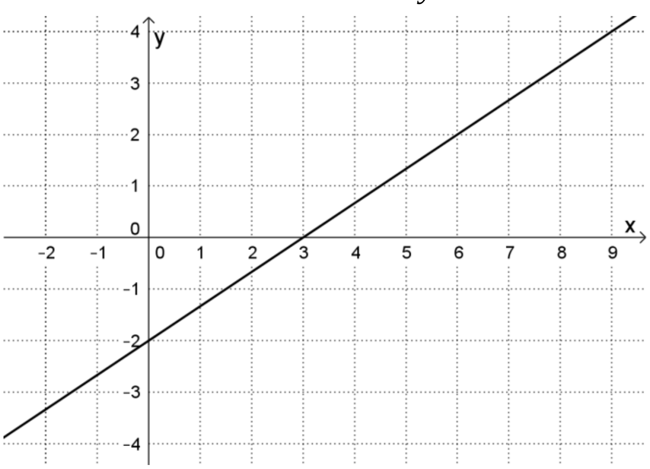
1. $y = -3x + 1$



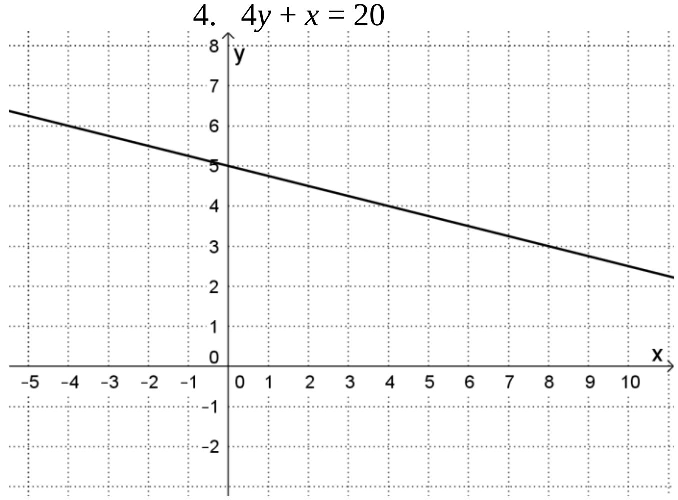
2. $y = -\frac{2}{5}x - 2$



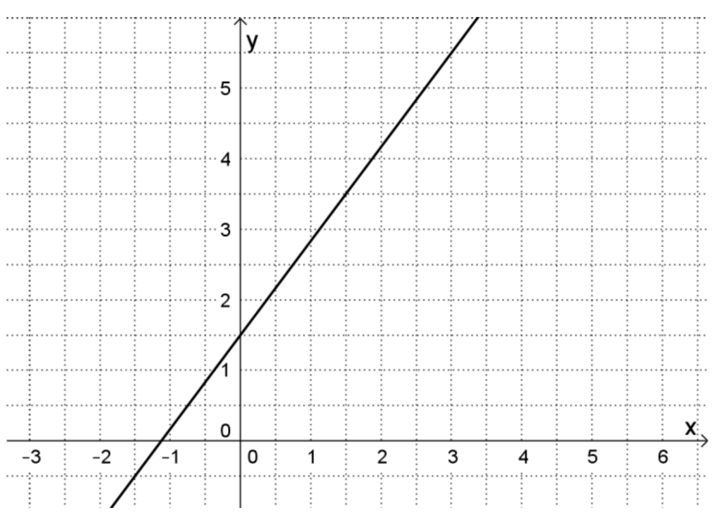
3. $2x - 3y = 6$



4. $4y + x = 20$



5. $y = \frac{4}{3}x + \frac{3}{2}$



Pages 7 à 13

Exercice 1 :

a) $\frac{a^2}{t^2}$ ou $\left(\frac{a}{t}\right)^2$ b) m^2 c) $n-3$ d) $10c$

e) $\frac{7x}{4}$ f) $\frac{x}{28}$ g) $\frac{3}{2}$ h) $\frac{n}{n+1}$

i) $\sqrt{f^2+1}$ j) $\frac{10}{a^2}$ k) $-4n-5$ l) n

Exercice 2 :

a) $\frac{1}{0}$ est impossible b) $\frac{0}{1}$ vaut 0 c) $\frac{0}{0}$ est indéterminé

Exercice 3 :

a) $\frac{27}{b}$ b) $\frac{41}{21}$ c) $\frac{2(x+1)+3x}{x(x+1)}$ ou $\frac{5x+2}{x^2+x}$ d) $\frac{bd}{ad-bc}$ e) $\frac{a+4}{a+1}$

Exercice 4 :

a) $a+6+\frac{9}{a}$ b) $40b^2c$

Exercice 5 :

$$P=-\frac{21}{2}a+\frac{3}{2}$$

Exercice 6 :

a) $x-5$ b) $\frac{a}{b}$ c) $\frac{a+5}{2}$ d) $-21p+6$ e) a^2 f) $a-\sqrt{7}$

Exercice 7 :

a) $\frac{cde+d^2+e^2}{cde}$ b) $3x + 5$

Exercice 8 :

a) $5\left(x-\frac{1}{20}\right)$ b) $\frac{1}{2}(x-4)$ c) $-3\left(x-\frac{4}{3}\right)$ d) $\frac{5}{3}\left(x+\frac{3}{5}\right)$

e) $1{,}5\left(x+\frac{2}{3}\right)$ f) $\frac{1}{2}(x+1)$ g) $-(x-1)$ h) $\frac{1}{3}(x+6)$

Exercice 9 :

a) $m = -\frac{16}{11}$ b) $x = 10$ c) $x = \frac{29}{33}$ d) $b = 1$

Exercice 10 :

a) $a = \frac{7}{5}$ b) $x = -5$ c) $t = 6$ d) $b = 1$ e) $c = 2$ f) $v = -99$

g) $r = -9$ h) $p = \frac{13}{10}$ i) $x = 32$ j) $x = \frac{18}{7}$ k) $x = \frac{154}{157}$ l) $x = \frac{41}{12}$

DÉFI : m) $t = 3(\sqrt{10} - \sqrt{5})$

Page 15

a) (4 , 5) b) (-6 , 3) c) (-1 , 4) d) $\left(0\ ,\ \frac{3}{2}\right)$

Page 16

a) (4 , -18) b) $\left(-\frac{19}{2}, \frac{19}{2}\right)$ c) (-5 , 16) d) (3 , -1)

e) (16 , -31) f) $\left(-\frac{9}{2}, -\frac{5}{2}\right)$ g) (-21 , -13) h) (9 , 11)

i) (4 , 0) j) $\left(\frac{9}{7}, 16\right)$ k) (-10 , 15) l) (-3 , 9)

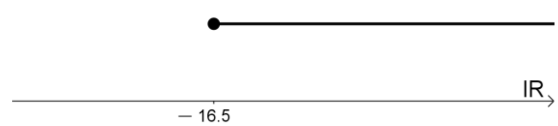
m) (-19 , 33) n) $\left(\frac{37}{2}\ ,\ \frac{33}{4}\right)$ o) (8 , 1) p) (24 , 6)

q) (4 , 0) r) $\left(\frac{2}{3}\ ,\ \frac{1}{3}\right)$ s) $\left(\frac{27}{2}\ ,\ 20\right)$ t) (0 , 6)

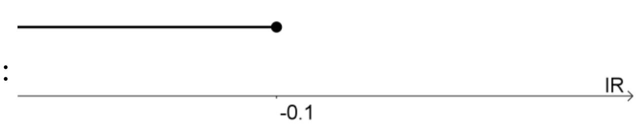
Page 19

Exercice 1 :

a) Intervalles : $y \in \left[-\frac{33}{2}, \infty\right[$ Graphiquement :



b) Intervalles : $x \in \left]-\infty\ ,\ -\frac{1}{10}\right]$ Graphiquement :



Page 20

Exercice 2 :

a) *n:* premier des 4 nombres impairs
$n+(n+2)+(n+4)+(n+6)<105$
$4n+12<105$
$n<23{,}25$
On déduit que n = 23 et on obtient les nombres : 23, 25, 27 et 29

b) *x:* largeur du rectangle (cm)
$2x+x+2x+x\leq 1200$
$6x\leq 1200$
$x\leq 200$
On détermine que x = 200.
La largeur est 200 cm.
(La longueur serait donc 400 cm.)

c) *n:* premier des 3 nombres pairs
$n+(n+2)+(n+4)<61$
$3n+6<61$
$n<18{,}\overline{3}$
On déduit que n = 18 et on obtient les nombres : 18, 20 et 22

d) *n:* nombre entier
$n\times\frac{-3}{7}<22$
$n>-51{,}\overline{3}$
Le plus petit nombre n est donc –51.

e) *n:* nombre entier positif
$4n-5>8$
$n>3{,}25$
Le plus petit nombre n est donc 4.

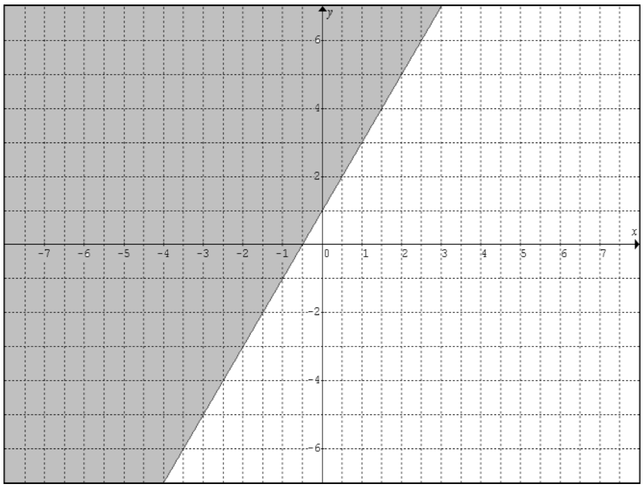
Page 21

Exercice 3 :

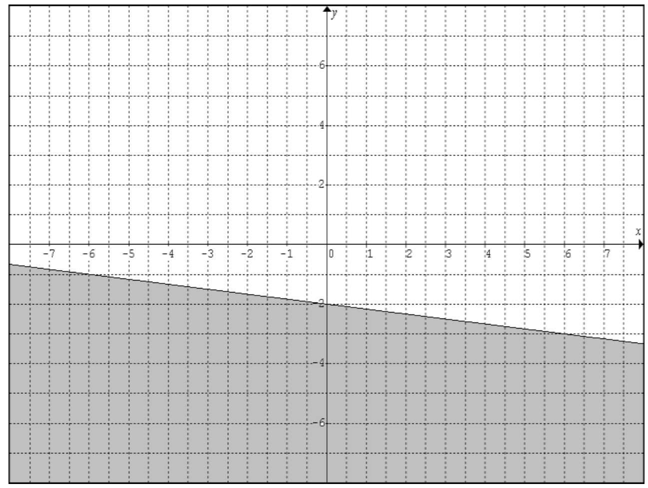
a) $p\leq 250$
b) $x+y\leq 5$
c) $2x-y>-3$
d) $0{,}75x+4y\geq 15$
e) $t\geq u+9$
f) $x+y\leq 250$
g) $200x+300y\geq 10000$
h) $x\geq 4y$
i) $3x+9y\leq 1800$
j) $22x+5y\leq 300$
k) $100x+70y\leq 9000$
l) $x\geq 2y$
m) $y\leq 3x$
n) $2x+6y\leq 480$
o) $y\geq 2x$

Page 23

a) $y \geq 2x + 1$



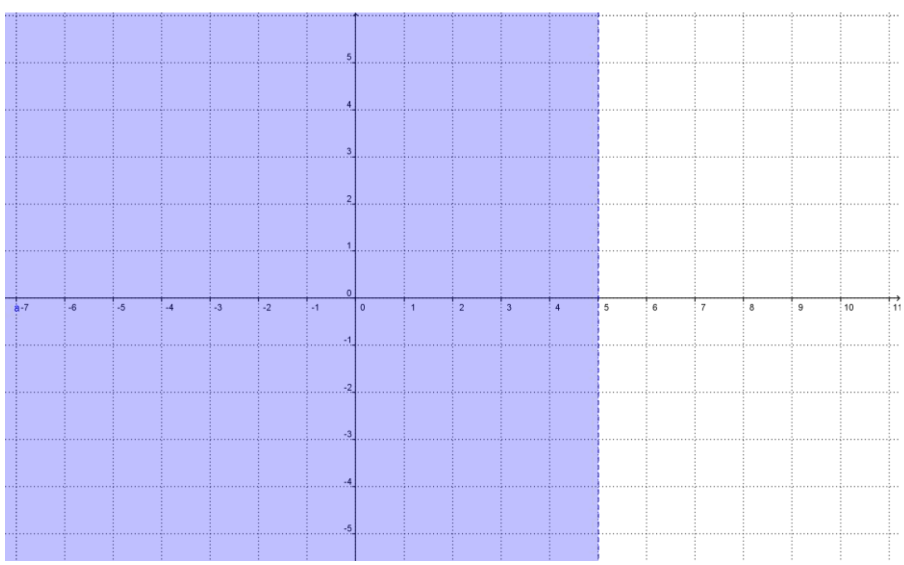
b) $y \leq -\dfrac{1}{6}x - 2$



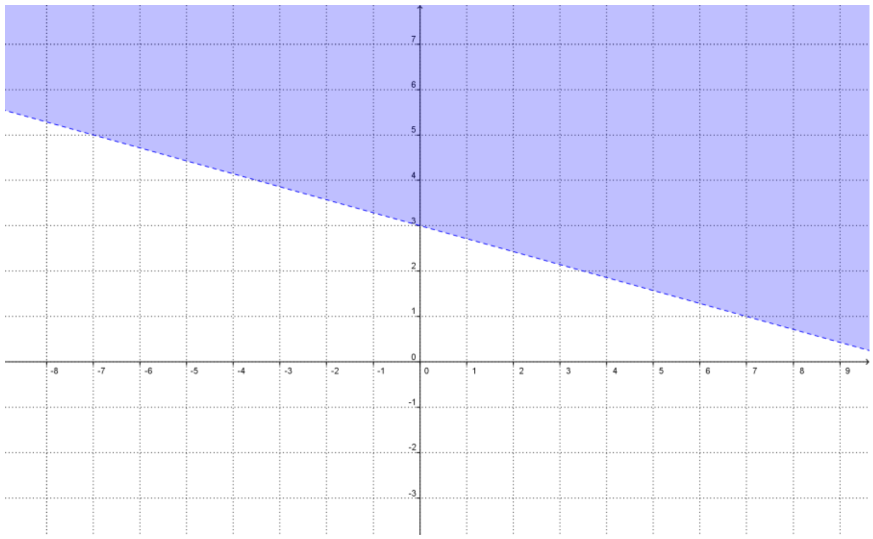
Pages 24

Exercice :

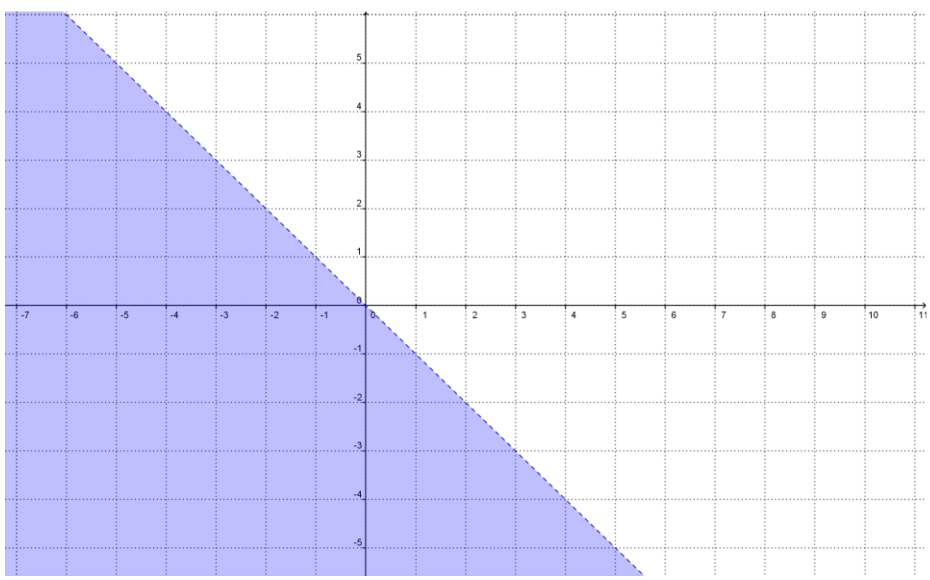
a) $x < 5$



b) $y > -\frac{2}{7}x + 3$



c) $y < -x$



Pages 27 et 28

Exercice 2 : $y \in \{44, 45, 46, ..., 67, 68\}$

Exercice 3 :

a) Le système est : 1. $x \geq 1$ 2. $y \geq \frac{1}{4}x$ 3. $y \leq -\frac{1}{2}x + 4$

b) A $(1, \frac{7}{2})$ B $(1, \frac{1}{4})$ C $(\frac{16}{3}, \frac{4}{3})$

c) Le sommet (4, 1) maximise la fonction *Z*.

Page 29

Sa commission maximale est de 19$

Pages 30 à 33

Problème 1 : (voir le **corrigé complet** sur le site internet)

a) 45 contenants de 1L et 15 contenants de 3L

b) 660$ – 440$ = 220$

c) 1100$

Problème 2 : (voir le **corrigé complet** sur le site internet)

a) 60 lavages partiels et 30 complets

b) Son profit augmente de 10$

Page 35

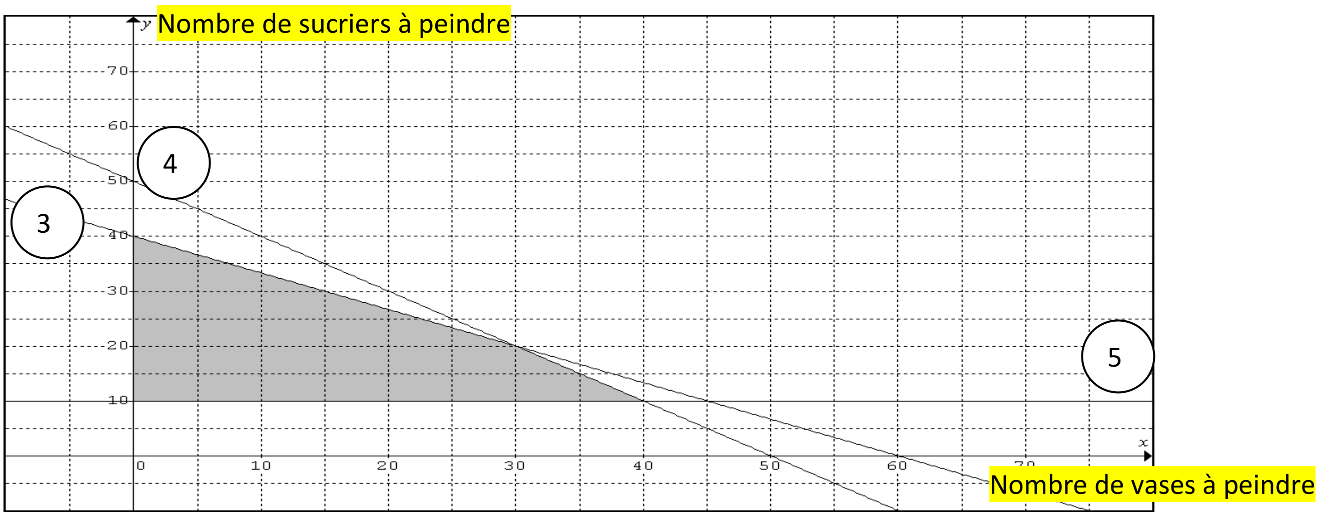
LES JEUNES ENTREPRENEURS

a) : Nombre de vases à peindre y : Nombre de sucriers à peindre

b) 1. $x \geq 0$ 2. $y \geq 0$ 3. $2x + 3y \leq 120$ 4. $x + y \leq 50$ 5. $y \geq 10$

c) Règle de l'objectif : $P = 14x + 10y$

d) Polygone de contraintes :



e) Tableau des sommets

Coordonnées des sommets	**Fonction :** P = 14x + 10y	**Valeur de la fonction**
(0 , 10)	P = 10 (10)	100
(0 , 40)	P = 10 (40)	400
(30 , 20)	P = 14 (30) + 10 (20)	620
(40 , 10)	P = 14 (40) + 10(10)	660

f) Cynthia doit peindre 40 vases et 10 sucriers si elle désire maximiser ses profits.

Page 38

Exercice 1 :

a) $\frac{-4}{5}$

b) $\frac{T+24}{5}$

c) Le maximum de la fonction T est 1156 et 9 couples maximisent T : (45, 200) , (50, 196) , (55, 192) , (60, 188) , (65, 184) , (70, 180) , (75, 176) , (80, 172) , (85, 168)

Exercice 2 :

Soit x : nombre de vélos vendus y : nombre de trottinettes vendues

P = 350x + 110y - (200x + 60y + 500 + 1071)

P = 150x + 50y – 1571 (réponse finale simplifiée)

Exercice 3 :

33 couples maximisent la fonction : $\left|\frac{264-40}{7}\right|+1=33$ couples

comme par exemple : (40, 210) , (47, 204) , (54, 198) , (61, 192) … (264, 18)

Exercice 4 : Z = 5x + y

Exercice 5 : 36 couples

Page 40

Exercice 6 : r = 2 et t = 3

Exercice 7 :

a) $P = 700x + 400y - (300x + 200y + 35x + 35y)$

ou

$P = 365x + 165y$ (une fois réduit)

b) $P = 150x + 90y - (60x + 42{,}3y) - 0.05(150x + 90y)$

ou

$P = 82{,}5x + 43{,}2y$ (une fois réduit)

Pages 41 et 42

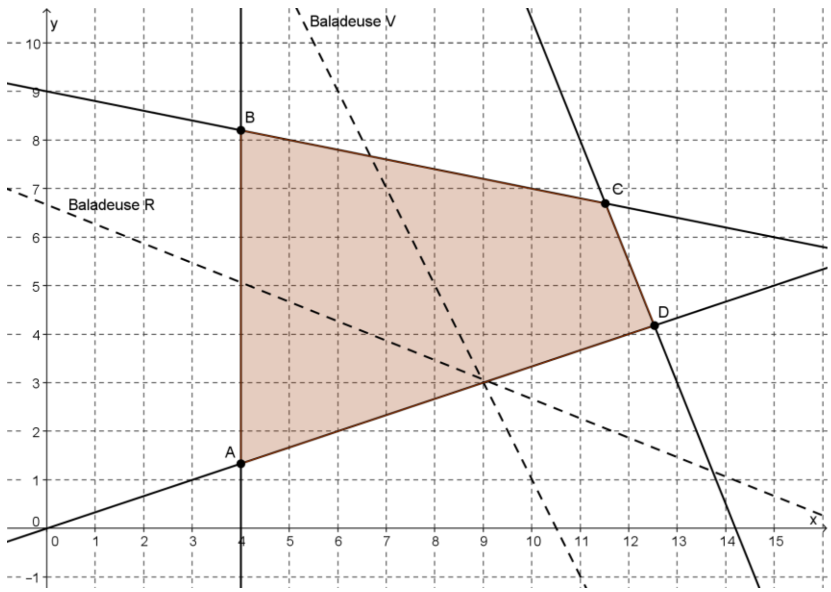
Vrai ou faux?

a) Faux b) Faux c) Faux

SAÉ # 1 :

Voici un début de résolution…

SOMMETS	VALEURS DES FONCTIONS
A $\left(4\ ,\ \frac{4}{3}\right)$	R = 2,93 V = 9,33
B $(4\ ;\ 8{,}2)$	R = 9,8 V = 16,2
C $(11{,}52\ ;\ 6{,}7)$	R = 11,3 V = 29,74
D $(12{,}53\ ;\ 4{,}18)$	R = 9,19 V = 29,24



Réponses finales : ???

(Détails en classe…)

SAÉ # 2 :

L'usine devrait recevoir 210 appareils réparables et 140 appareils défectueux pour maximiser ses bénéfices hebdomadaires.

(Détails en classe…)

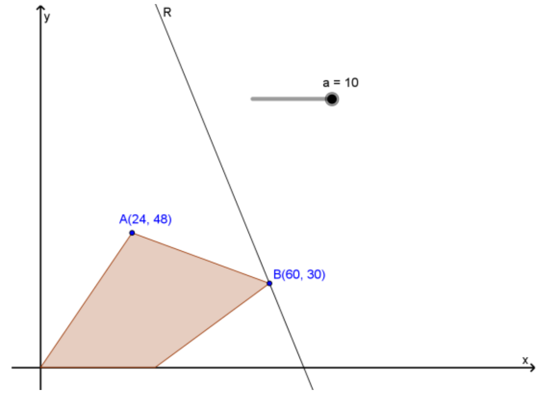
Page 43 (Solutionnaire détaillé)

1. Déterminer la pente de la droite baladeuse associée à $R = ax + 3y$:

$y = \dfrac{R - ax}{3}$ donc la pente est de $\dfrac{-a}{3}$

(suite…)

a) Pour que la situation soit optimisée au point B seulement, la pente de la droite baladeuse doit être plus « forte » que celle associée au segment AB.



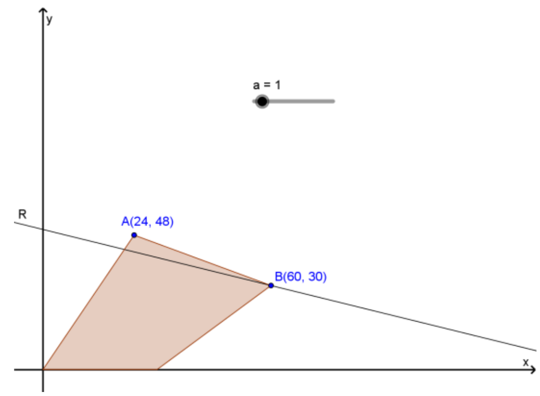
La pente associée au segment AB est de :

$$\frac{30-48}{60-24}=\frac{-18}{36}=\frac{-1}{2}$$

Donc on veut que

$$\frac{-a}{3}<\frac{-1}{2} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{-2a}{6}<\frac{-3}{6} \quad \Leftrightarrow \quad -2a<-3 \quad \Leftrightarrow \quad a>\frac{3}{2}$$

b) Pour que la situation soit optimisée au point A seulement, la pente de la droite baladeuse doit être plus « douce » que celle associée au segment AB.

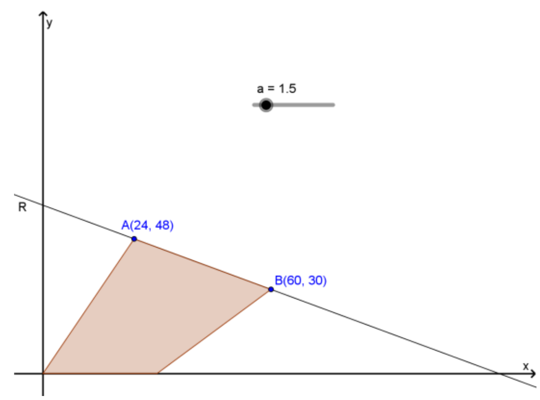


De plus, on sait que $a > 0$.

Donc on veut que

$$\frac{-1}{2}<\frac{-a}{3}<0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{-3}{6}<\frac{-2a}{6}<\frac{0}{6} \quad \Leftrightarrow \quad -3<-2a<0 \quad \Leftrightarrow \quad 0<a<\frac{3}{2}$$

c) La fonction à optimiser devient $R=1{,}5x+3y$ et la droite baladeuse est parallèle au segment AB, car les pentes sont donc égales :



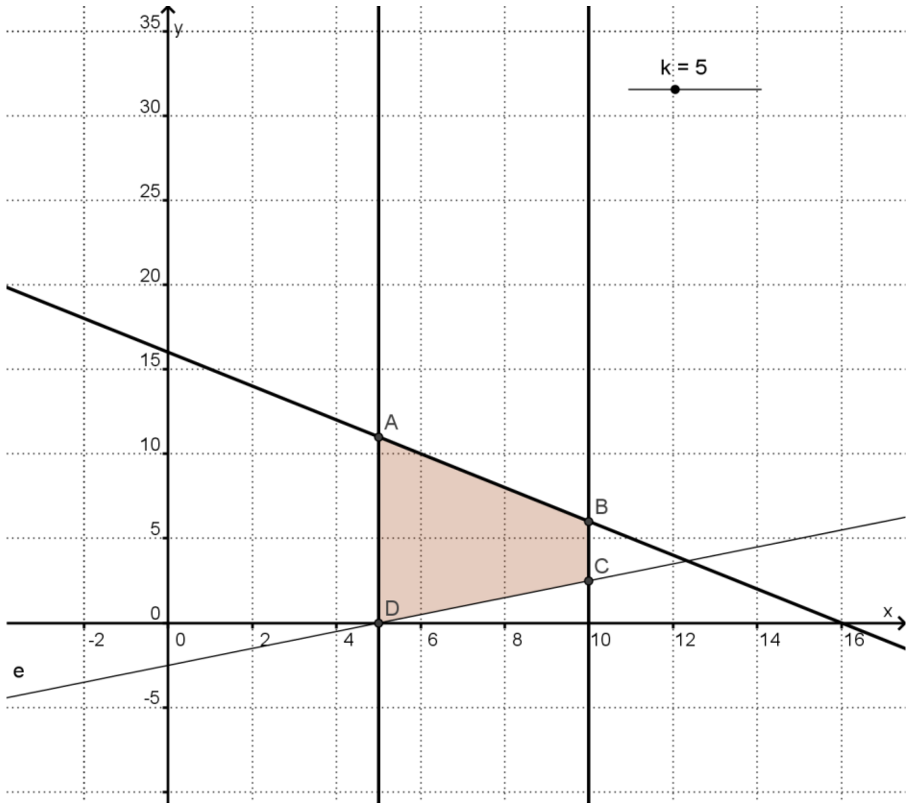
$$\text{pente } \overline{AB}=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{30-48}{60-24}=\frac{-18}{36}=\frac{-1}{2}$$

$$\text{pente } d_{bal}=\frac{-1{,}5}{3}=\frac{-1}{2}$$

Grâce à la formule vue en classe, on obtient R_{max} en 19 points du graphique.

Page 44 (Solutionnaire détaillé)

Exercice 2 :



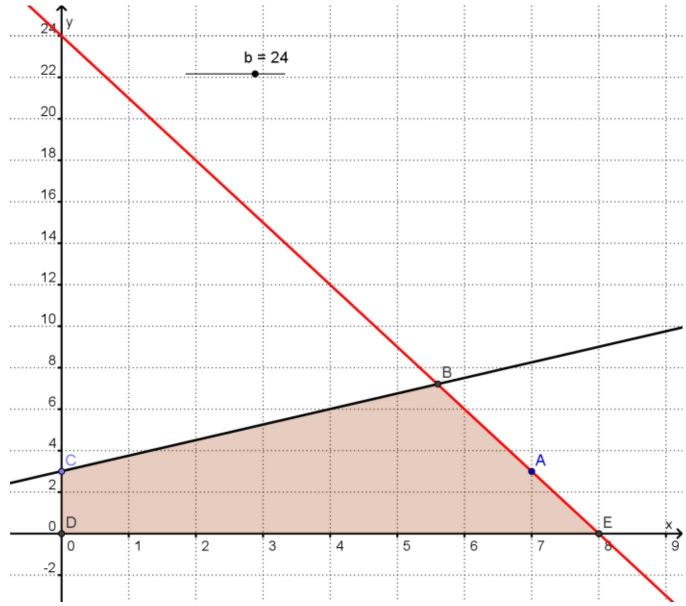
Isolons y dans la 4e inéquation : $x - 2y \le k \quad \Leftrightarrow \quad x - k \le 2y \quad \Leftrightarrow \quad y \ge \dfrac{x-k}{2}$

Pente de la droite e : $\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{1}{2}$

Si la droite e passe par D(5, 0), alors l'ensemble solution est entièrement dans le 1er quadrant.

Donc $y = \dfrac{x-k}{2} \quad \Leftrightarrow \quad 0 = \dfrac{5-k}{2} \quad \Leftrightarrow \quad k = 5$

3. a) La constante b est l'ordonnée à l'origine de la 4e contrainte. Si A(7, 3) est une solution du système d'inéquations, il est situé soit sur un côté du polygone, soit à l'intérieur du polygone. On cherche donc la valeur de b tel que la droite frontière associée à la 4e contrainte passe par A(7, 3).



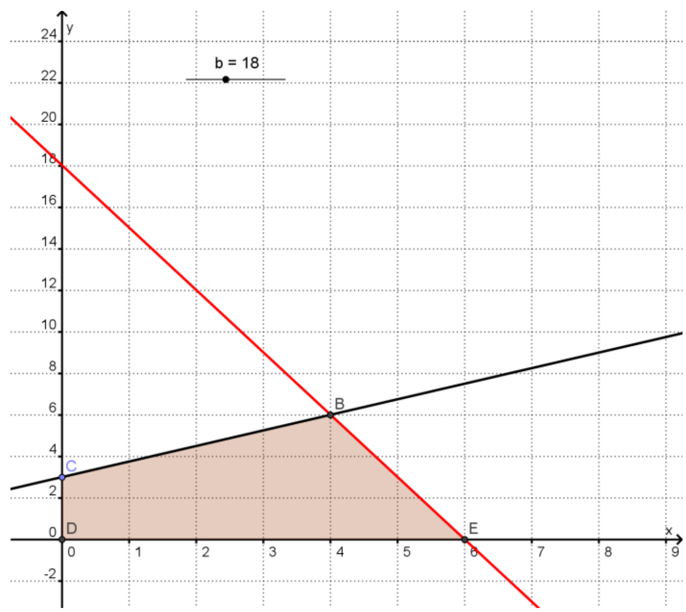
$$y = -3x + b \quad \Rightarrow \quad 3 = -3 \times 7 + b$$

$$\Rightarrow b = 24$$

Et si la valeur de b augmente, le point A(7, 3) sera à l'intérieur du polygone, donc les valeurs possible de b sont :

$$b \geq 24 \qquad \text{ou} \qquad b \in [24, +\infty$$

3. b) On cherche à résoudre un système d'équations :



$$\begin{cases} y = \dfrac{3}{4}x + 3 \\ y = -3x + b \end{cases}$$

mais on impose $x = 4$.

On a donc :

$$\begin{cases} y = \dfrac{3}{4} \times 4 + 3 \\ y = -3 \times 4 + b \end{cases}$$

Méthode de comparaison :

$$\frac{3}{4} \times 4 + 3 = -3 \times 4 + b \quad \Leftrightarrow \quad b = \frac{3}{4} \times 4 + 3 + 3 \times 4 \quad \Leftrightarrow \quad b = 18$$

4. Déterminer le point d'intersection des droites $y = 5x + 3$ et $x + y = 2$:

$$\begin{cases} y = 5x + 3 \\ x + y = 2 \end{cases} \Rightarrow x + (5x + 3) = 2 \Rightarrow 6x + 3 = 2 \Rightarrow x = \frac{-1}{6} \Rightarrow y = \frac{13}{6}$$

Déterminer l'équation de la droite passant par B et C :

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5-4}{3-(-3)} = \frac{1}{6} \qquad y = \frac{1}{6}x + b \qquad 5 = \frac{1}{6} \times 3 + b \qquad b = \frac{9}{2} \quad \text{donc}$$

$$y = \frac{1}{6}x + \frac{9}{2}$$

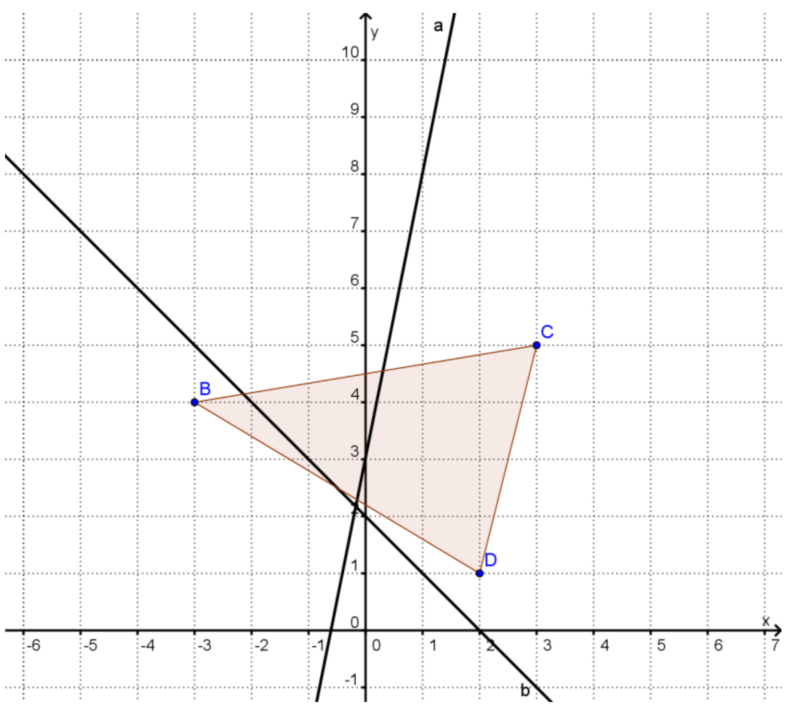
Déterminer l'équation de la droite passant par C et D :

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5-1}{3-2} = \frac{4}{1} \qquad y = 4x + b \qquad 5 = 4 \times 3 + b \qquad b = -7 \quad \text{donc} \quad y = 4x - 7$$

Déterminer l'équation de la droite passant par B et D :

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4-1}{-3-2} = \frac{3}{-5} \qquad y = \frac{-3}{5}x + b \qquad 1 = \frac{-3}{5} \times 2 + b \qquad b = \frac{11}{5} \quad \text{donc}$$

$$y = \frac{-3}{5}x + \frac{11}{5}$$



Systèmes d'inéquations :

$$\begin{cases} y \le \frac{1}{6}x + \frac{9}{2} & (1) \\ y \ge 4x - 7 & (2) \\ y \ge \frac{-3}{5}x + \frac{11}{5} & (3) \end{cases}$$

L'inéquation (3) est fausse avec le couple $\left(\frac{-1}{6}, \frac{13}{6}\right)$.

Graphiquement et **algébriquement**, on constate que le point d'intersection des droites n'est pas à l'intérieur du polygone de contraintes.

5. Déterminer le point d'intersection des droites $2y = ax + b$ et $y = 2x + 1$:

$$\begin{cases} 2y = ax + b \\ y = 2x + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \dfrac{ax + b}{2} \\ y = 2x + 1 \end{cases} \Rightarrow \quad \frac{ax + b}{2} = 2x + 1$$

$$ax + b = 4x + 2$$

$$b - 2 = 4x - ax$$

$$b - 2 = x(4 - a)$$

$$\frac{b - 2}{4 - a} = x$$

$$y = 2\left(\frac{b-2}{4-a}\right) + 1 = \frac{2b-4}{4-a} + 1 = \frac{2b - 4 + 4 - a}{4-a} = \frac{2b - a}{4-a}$$

Déterminer la valeur de la fonction à optimiser en ce point d'intersection :

$$R = 3x + 2y = 3\left(\frac{b-2}{4-a}\right) + 2\left(\frac{2b-a}{4-a}\right) = \frac{3b-6}{4-a} + \frac{4b-2a}{4-a} = \frac{-2a + 7b - 6}{4-a}$$

Pages 46 à 51

Exercice 1:

a) $3p < 4$ b) $3p \geq 4$ c) $4p > 5$ d) $4p \leq 5$

Exercice 2:

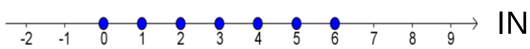
a) $x > 10$ b) $x \leq 10$ c) $\frac{x}{2} < 5$ d) $\frac{x}{2} \geq 5$

Exercice 3:

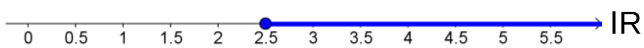
a) $2(w + 500) \geq 7000$ b) $2(w + 500) < 7000$
c) $3(w + 600) > 9000$ d) $3(w + 600) \leq 9000$

Exercice 4:

a) $y \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ou $\{y \in \mathrm{IN} \mid y \leq 6\}$ ou



b) $\{x \in \mathrm{IR} \mid x \geq 2{,}5\}$ ou $x \in [2{,}5; +\infty$ ou



Exercice 5:

a) équivalentes b) non équivalentes c) non équivalentes d) non équivalentes

Exercice 6:

a) $\geq$ b) $\geq$ c) 1. $\geq$ et 2. $\leq$ d) 1. $\geq$ et 2. $\leq$

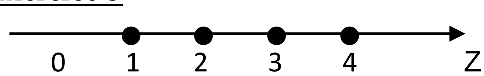
Exercice 7:

a) dans IN : $x \in \{0, 1, 2, 3\}$ et dans IR : $x \in -\infty, 3]$
b) dans IN : $x \in \varnothing$ et dans IR : $x \in -\infty, -2[$
c) dans IN : $x \in \mathrm{IN}$ et dans IR : $x \in [-3, +\infty$
d) dans IN : $x \in \{4, 5, 6, \ldots\}$ et dans IR : $x \in]3, +\infty$

Exercice 8:

a) $x \in [-1, \infty$ b) $x \in [\frac{1}{3}, \infty$ c) $x \in -\infty, \frac{18}{11}]$ d) $x \in -\infty, \frac{9}{4}[$

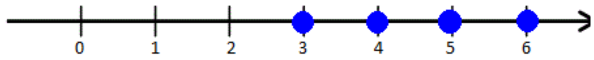
Exercice 9



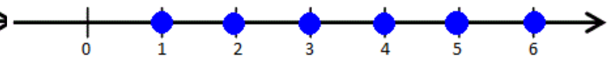
$x \in \{1, 2, 3, 4 \ldots\}$

Exercice 10:

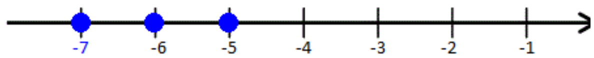
a) $x > \dfrac{5}{2}$



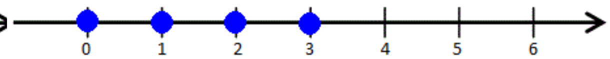
b) $x \geq 1$



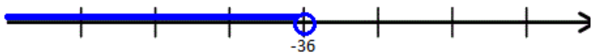
c) $x < -4$



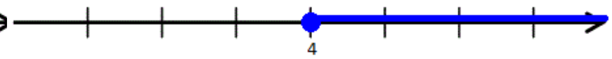
d) $x \leq \dfrac{7}{2}$



e) $x < -36$



f) $x \geq 4$



Pages 52 et 53

Exercice 1:

a) i) $x - y < 3$ ii) $x - y > 3$ iii) $x - y \leq 3$ iv) $x - y \geq 3$

b) i) $2r + 3c > 10$ ii) $2r + 3c < 10$ iii) $2r + 3c \leq 10$ iv) $2r + 3c \geq 10$

c) i) $mn \leq 1200$ ii) $mn \geq 1200$ iii) $mn > 1200$ iv) $mn < 1200$

Exercice 2:

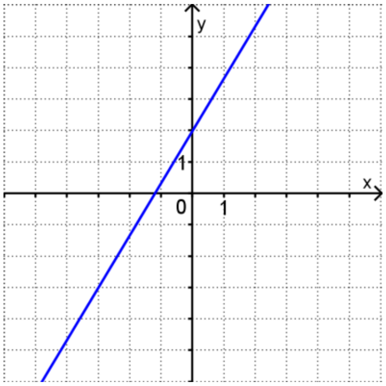
a) $x < 10$ b) $y \leq 20$ c) $z \leq 25$ d) $x \geq 30$ e) $z \leq y/2$

f) $9{,}5y \geq 120$ g) $11z > 130$ h) $12x \leq 224$ i) $12x > 19y$ j) $9{,}5y + 11z < 425$

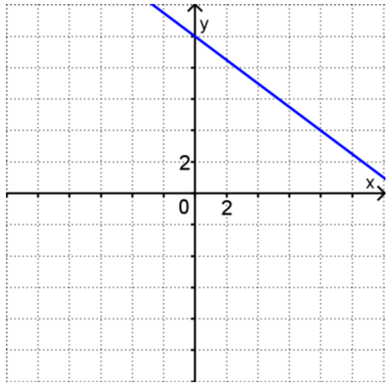
Pages 54 et 55

Exercice 1:

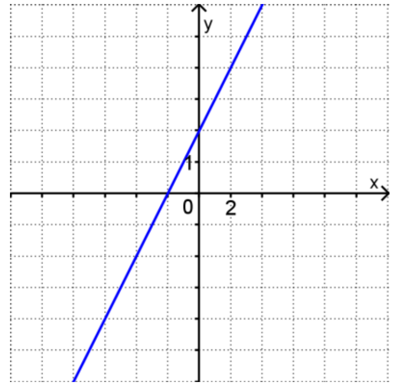
a) $y = \dfrac{5x}{3} + 2$



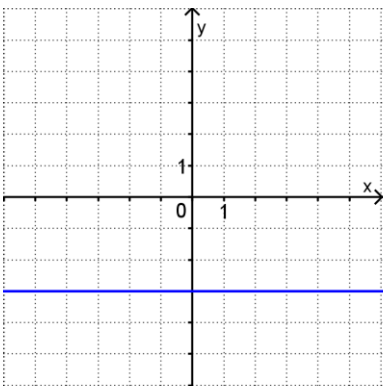
b) $y = \dfrac{-3x}{4} + 10$



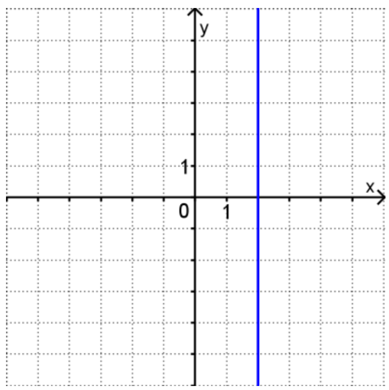
c) $y = 2 + x$



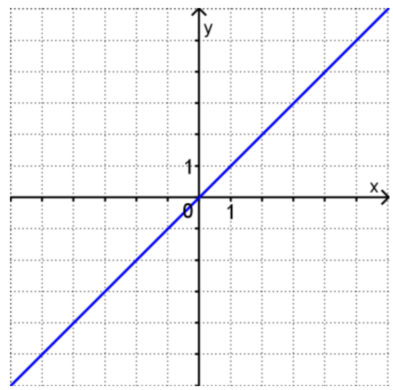
d) $y = -3$



e) $x = 2$



f) $y = x$

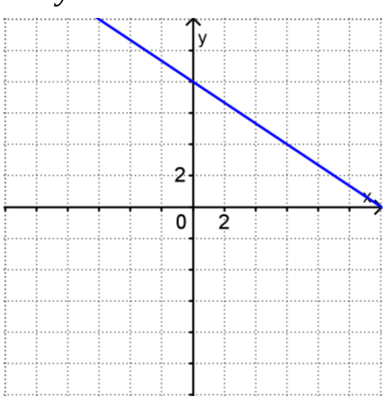


► L'équation de l'axe des ordonnées est : $x = 0$

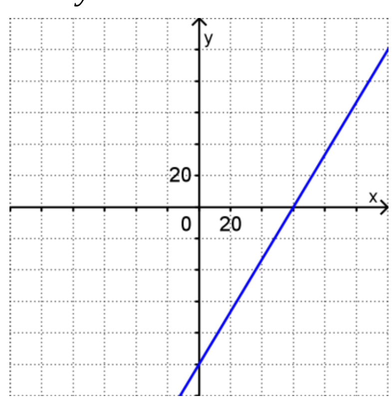
► L'équation de l'axe des abscisses est : $y = 0$

Exercice 2:

a) $2x + 3y = 24$



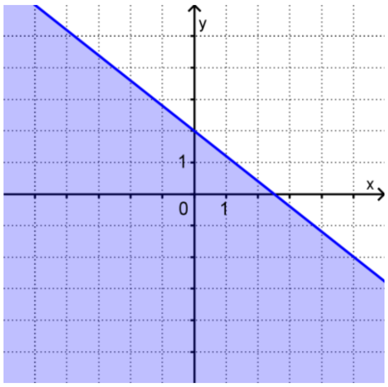
b) $25x - 15y = 1500$



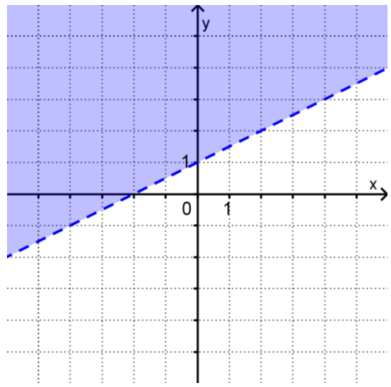
Pages 55 et 56

Exercice 1:

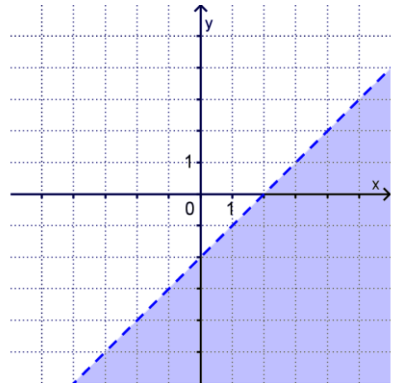
a) $4x+5y\leq 10$



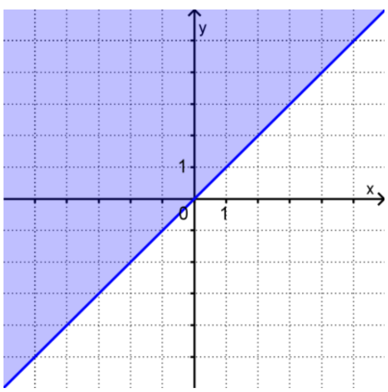
b) $2y>2+x$



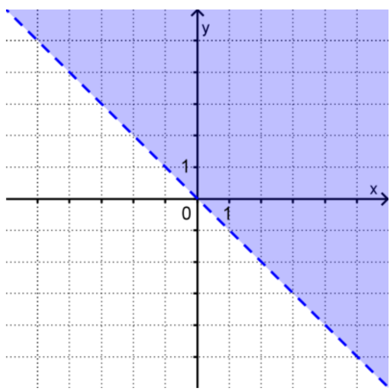
c) $y<x-2$



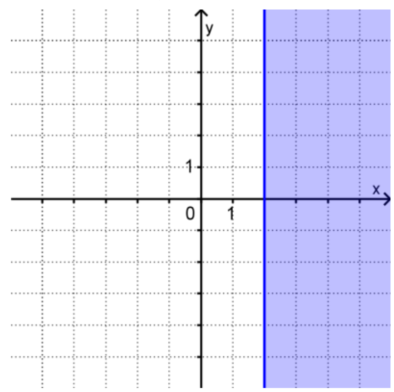
d) $y\geq x$



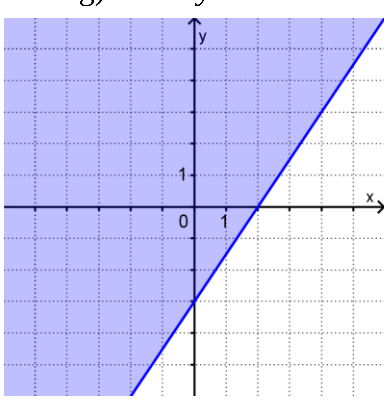
e) $x+y>0$



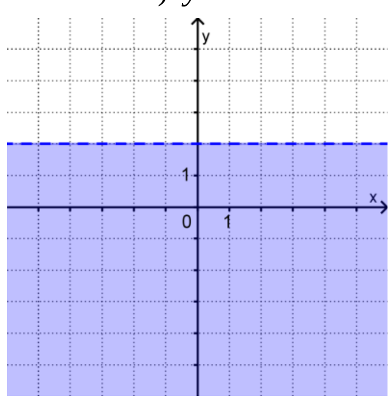
f) $x\geq 2$



g) $3x-2y-6\leq 0$



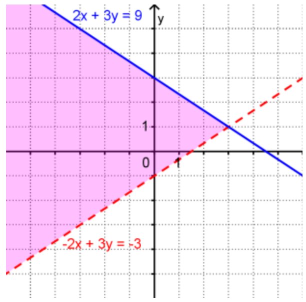
h) $y<2$



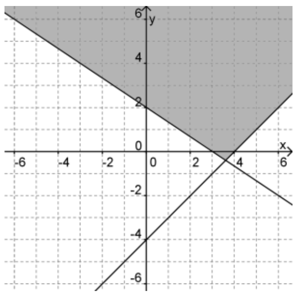
Pages 57 à 59

Exercice 1:

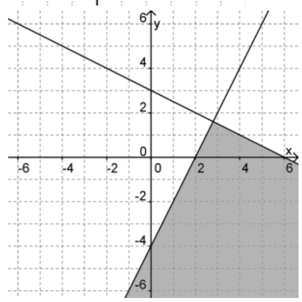
a) $\begin{cases} 2x+3y \leq 9 \\ 3y+3 > 2x \end{cases}$



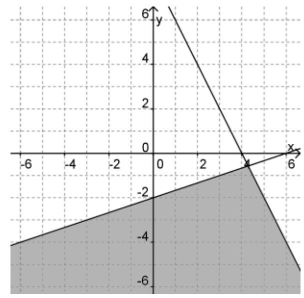
b)



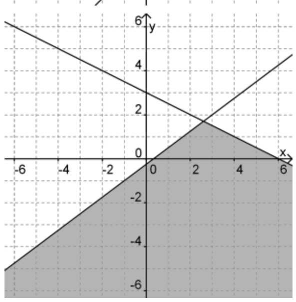
c)



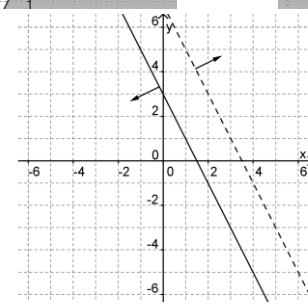
d)



e)



f)

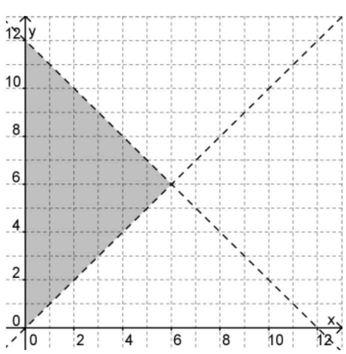


E.S. = $\varnothing$

Exercice 2:

Soit x : largeur du rectangle (cm)
y : longueur du rectangle (cm)

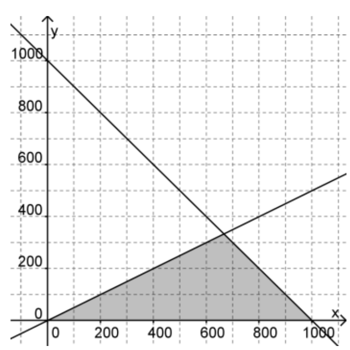
On a donc $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ y > x \\ 2x+2y < 24 \end{cases}$



b)

Soit x : nombre d'élèves
y : nombre d'autres participants

On a donc $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x \geq 2y \\ x+y \leq 1000 \end{cases}$



<u>Exercice 3</u>:

a) $\mathbb{R}^*_+$ car ce sont des mesures.

b) $\mathbb{N}$ car ce sont des individus.

Page 60

<u>Exercice 1</u>:

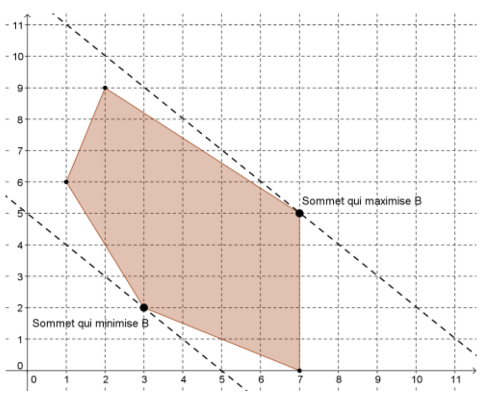
a) Soit x : nombre de pages de texte
y : nombre de pages de texte et de graphiques
<u>Objectif poursuivi</u> : Marc-Antoine désire maximiser son revenu.
<u>Règle</u> : R = 2,50x + 4y

b) Soit x : nombre de jours de vacances au Québec
y : nombre de jours de vacances aux États-Unis
<u>Objectif poursuivi</u> : Ils désirent minimiser le cout de leurs vacances.
<u>Règle</u> : C = 80x + 150y + 160

Page 61

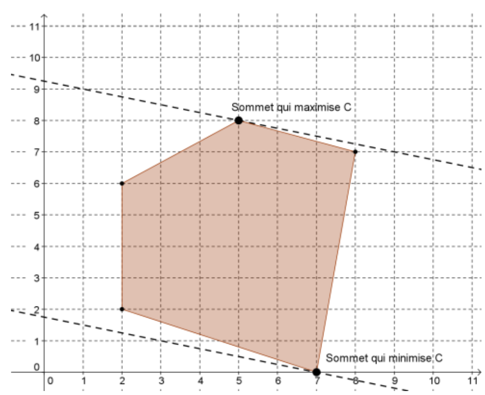
<u>Exercice :</u>

a) B = x + y



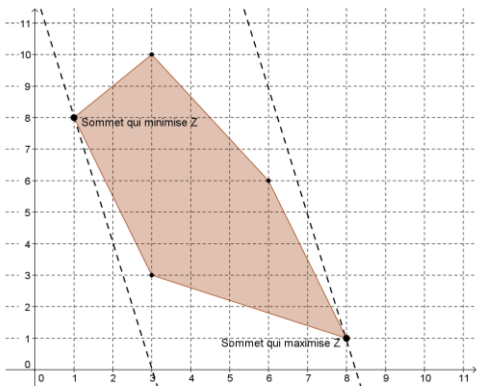
B_{max} = 12 et B_{min} = 5

b) C = x + 4y



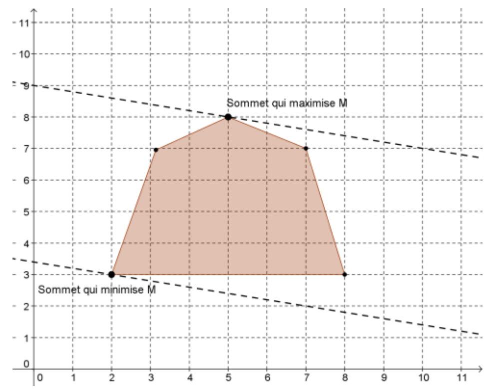
C_{max} = 37 et C_{min} = 7

c) Z = 12x + 3y



Z_{max} = 99 et Z_{min} = 36

d) M = x + 5y



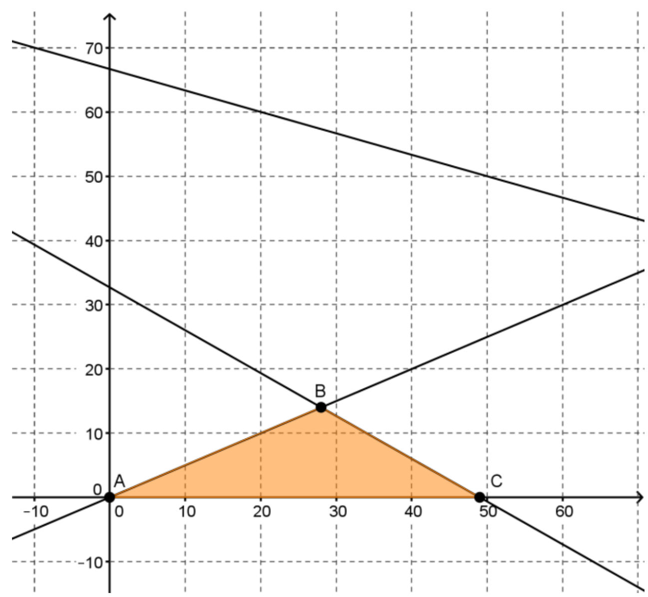
M_{max} = 45 et M_{min} = 17

Pages 62 à 65

Problème 1:

x : nombre d'hélices
y : nombre de systèmes d'engrenages

$$\begin{cases} x \geq 0,\ y \geq 0 \\ 2x + 3y \leq 98 \\ x + 3y \leq 200 \\ x \geq 2y \end{cases}$$



$R = 800x + 3000y$ **à maximiser**

Le sommet B(28, 14) engendre le revenu maximal.

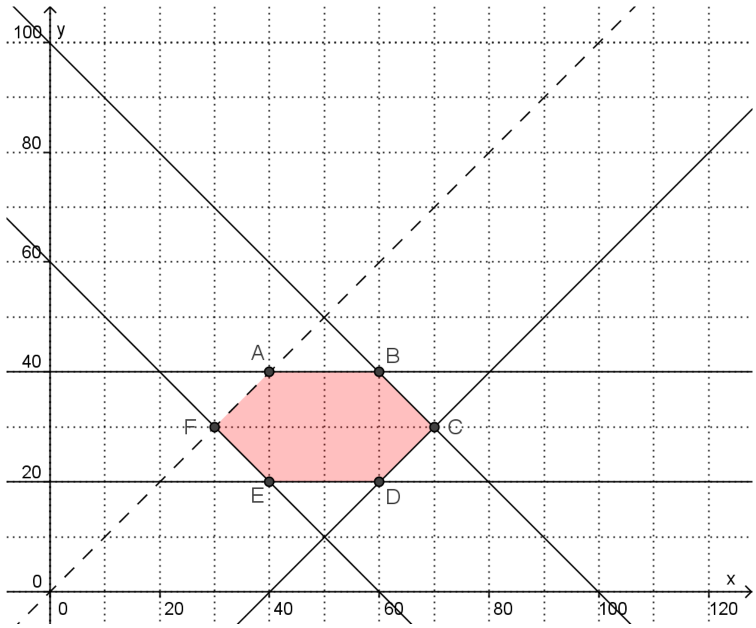
► L'atelier doit vendre 28 hélices et 14 systèmes d'engrenages pour un revenu de 64 400$.

<u>Problème 2</u>:

x : nombre d'heures en catamaran
y : nombre d'heures en voilier

$$\begin{cases} x \geq 0,\ y \geq 0 \\ x > y \\ x \leq y + 40 \\ y \geq 20 \\ y \leq 40 \\ x + y \geq 60 \\ x + y \leq 100 \end{cases}$$

$R = 4x + 7y$ **à maximiser**



Le sommet B(60, 40) engendre le revenu maximal.

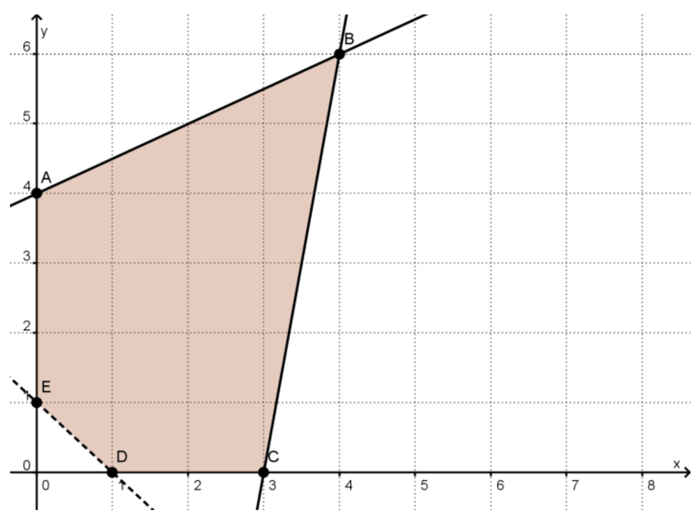
► À chaque mois, Monsieur Arvizet doit travailler 60 heures en catamaran et 40 heures en voilier pour un revenu maximal de 520$.

<u>Problème 3</u>:

x : nombre de cases noires
y : nombre de cases rouges

$$\begin{cases} x \geq 0,\ y \geq 0 \\ y - \dfrac{x}{2} \leq 4 \\ x - \dfrac{y}{6} \leq 3 \\ x + y > 1 \end{cases}$$

$S = 10x + 5y$ **à maximiser**



Le sommet B(4, 6) engendre la somme d'argent pariée maximale.

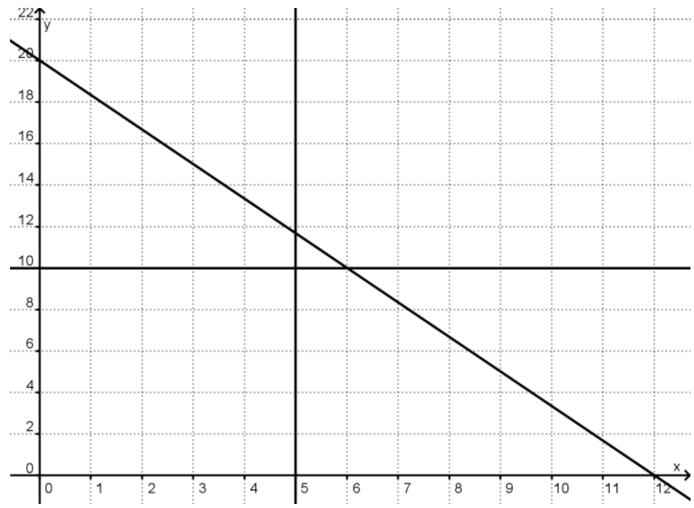
► Alain a parié un maximum de 70$ en plaçant 4 jetons sur des cases noires et 6 jetons sur des cases rouges.

Problème 4:

x : nombre d'autobus du modèle A
y : nombre d'autobus du modèle B

$$\begin{cases} x \geq 0,\ y \geq 0 \\ 20x + 12y \geq 240 \\ x \leq 5 \\ y \leq 10 \end{cases}$$

$C = 200x + 100y$ **à minimiser**



L'ensemble solution du système est l'ensemble vide (E.S. = ∅).

► Il est impossible de transporter les 240 personnes selon les restrictions données.

Pages 66 à 73

Exercice 1 :

a) 6 b) 8 c) 4 d) 5 e) 1 f) 9
g) 3 h) 10 i) 7 j) 2

Exercice 2 :

Le système d'inéquations est :

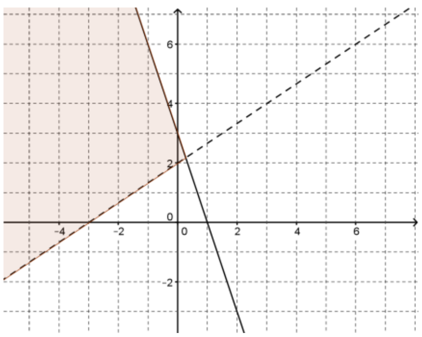
$y \geq 0$ $\quad y \leq \frac{3x}{2} + 1$ $\quad y \geq -x + 1$ $\quad y \leq \frac{-x}{2} + 5$ $\quad y < -3x + 15$

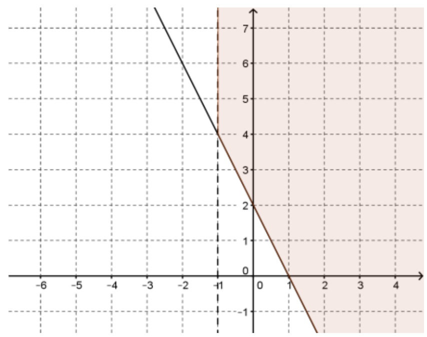
Exercice 3 :

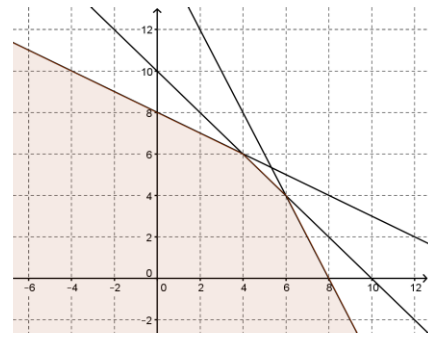
a) $\begin{cases} x \leq -\dfrac{y}{3} + 1 \\ y > \dfrac{2x}{3} + 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + y \geq 2 \\ 2x + 7 > 5 \end{cases}$

c) $\begin{cases} y \leq -x + 10 \\ y \leq -2x + 16 \\ y \leq -\dfrac{x}{2} + 8 \end{cases}$







Exercice 4 : $x \leq 4$ ou $x \in \left]-\infty\ ,\ 4\right]$

Exercice 5 :

Situation 1 :

a) Variables :
x : Nombre de mètres cubes du produit A
y : Nombre de mètres cubes du produit B

b) Contraintes :
$x \geq 0$ $\quad y \geq 0$ $\quad x \leq 150$ $\quad y \leq 150$ $\quad 3x \geq 500$ $\quad 2y \geq 500$ $\quad x + y \leq 450$

c) Fonction à optimiser : C = 6x + 5y

Note : la situation 1 ne peut être optimisée, car son ensemble-solution est vide !

Situation 2 :

a) Variables :
x : Nombre de jupes
y : Nombre de robes

b) Contraintes :
$x \geq 0$ $\quad y \geq 0$ $\quad x + 3y \leq 100$ $\quad x + 1{,}5y \leq 60$

c) Fonction à optimiser : P = 17x + 50y

Exercice 6 :

a) Les coordonnées des sommets sont :

A(0,5) B(1,5) C(3,4) D(7,0) E(0,0)

b) Le couple maximisant la fonction Z est (3,4). Le maximum est de 25 unités.

Exercice 7 :

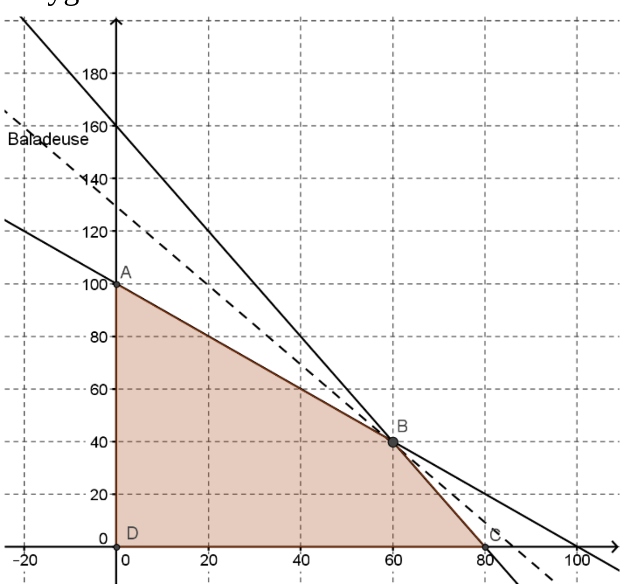
Variables :

x : Nombre de litres de jus de citron.
y : Nombre de litres de jus d'orange.

Contraintes :

$x \geq 0$ $y \geq 0$ $x + y \leq 100$ $6x + 3y \leq 480$

Polygone de contraintes :



Règle de l'objectif :

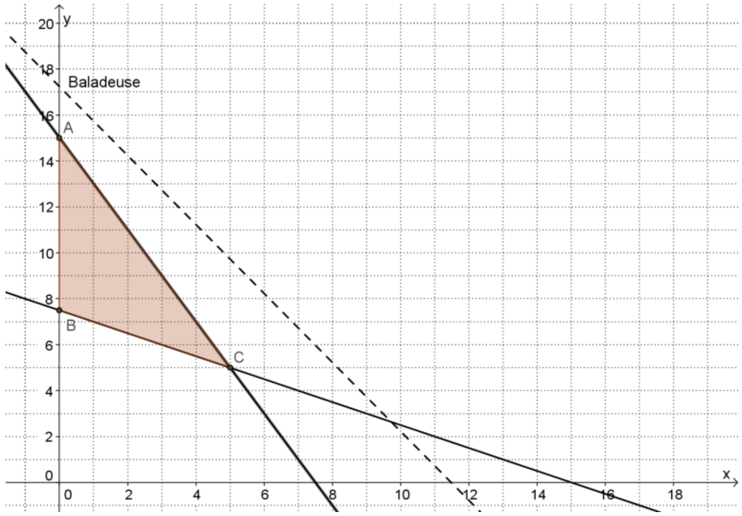
P = 0,75x + 0,5y

Réponse : Léo doit produire 60 litres de jus de citron et 40 litres de jus d'orange pour un profit maximal de 65$.

Exercice 8 :

La pente de la droite baladeuse est -3. Il faut utiliser d_1.
Le point B minimise P.
Le point C maximise P.

Exercice 9 :



La pente de la droite baladeuse est de $\frac{-3}{2}$.

Le sommet qui maximise la fonction C est A(0 , 15) avec C = 30$.

Exercice 10 :

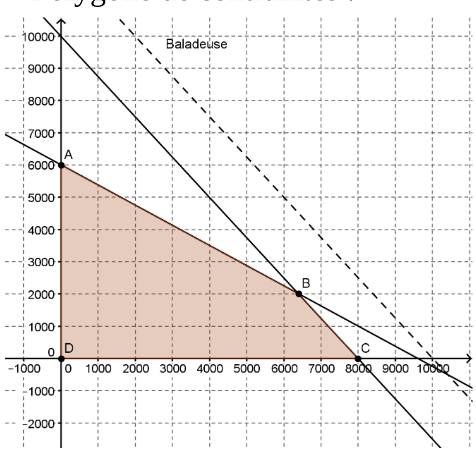
Variables :

x : Nombre de pastilles rouges.
y : Nombre de pastilles vertes.

Contraintes :

$x \geq 0$ $\quad$ $y \geq 0$ $\quad$ $0{,}5x + 0{,}8y \leq 4800$ $\quad$ $10x + 8y \leq 80\ 000$

Polygone de contraintes :



Règle de l'objectif :

P = 0,1x + 0,08y

Le segment BC a le même taux de variation que la droite baladeuse : -5 / 4

Tous les couples à coordonnées entières sur le segment BC sont des solutions du problème.

x	6400	6404	6408	6412	…	8000
y	2000	1995	1990	1985	…	0

À chacun de ces couples, la fonction P vaut 800$.